УДК 519.6
DOI: 10.18101/2304-5728-2019-4-31-39

СХОДИМОСТЬ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В МОДЕЛИ КАСКАДА ВОДОХРАНИЛИЩ [1]

© Рябиков Андрей Игоревич
младший научный сотрудник,
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН
Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40
E-mail: ariabikov@gmail.com

Рассматривается математическая модель управления каскадом водохранилищ, позволяющая изучать различные правила управления каскадом. Одной из нерешенных проблем использования таких моделей является вопрос о неравенстве объемов воды в водохранилищах в начальные и конечные моменты периода времени, на котором сравниваются различные правила управления. В статье предлагается итерационный алгоритм поиска таких начальных объемов воды в водохранилищах, которые для заданного правила управления приводят к совпадающим с ними конечным объемам воды. Показывается сходимость этого алгоритма.

Ключевые слова: динамическая система; имитационное моделирование; метод простой итерации; неподвижная точка; управление каскадом водохранилищ.

Для цитирования:
Рябиков А. И. Сходимость итерационных процессов в модели каскада водохранилищ // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2019. № 4. С. 31–39.

Введение

Задача выбора правил управления водохранилищами является практически важной задачей, решение которой может быть найдено с применением методов математического моделирования [1]. Выбор правил управления каскадом водохранилищ обычно основывается на вариантных расчетах, в рамках которых имитируется функционирование каскада при тех или иных правилах управления в течение достаточно продолжительного периода времени. При этом используется многошаговая динамическая модель каскада, которая основывается на балансовых соотношениях, дополненных математическим описанием правил управления, а также формулами для средних уровней воды выше и ниже плотин, на основе которых можно рассчитать показатели, характеризующие качество управления бассейном (например, среднюю выработку электроэнергии, вероятность наводнения и т. д.) [2].

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ грант № 17-29-05108 офи_м.

При вариантных расчетах результатов применения тех или иных правил управления должна быть задана приточность водохранилищ. Для задания приточности используется долгосрочная информация, которая собирается организациями гидрометеослужбы в форме многолетних гидрологических рядов наблюдений большой продолжительности (порядка сотни лет). Построенные гидрологические ряды используются либо непосредственно, либо на их основе рассчитываются искусственные гидрологические ряды, сгенерированные с помощью случайного процесса, построенного с использованием исходного ряда [3].

При применении описанного подхода к выбору правил управления водохранилищами возникает следующая проблема. Для проведения вариантного расчета требуется задать начальные значения объемов воды в водохранилищах. Тогда, используя балансовое уравнение и изучаемое правило управления, можно последовательно, начиная с самого верхнего водохранилища каскада, рассчитать величины попусков через плотины и объемы воды во всех водохранилищах на шаг вперед. Возникает вопрос о том, откуда взять начальные значения объемов воды в водохранилищах.

Дело в том, что при произвольных значениях начальных объемов результаты расчета не могут быть использованы для сравнения различных правил управления из-за того, что полученные конечные величины объемов воды в водохранилищах будут, вообще говоря, отличаться от начальных величин. Такое отличие начальных и конечных объемов воды в водохранилищах означает использование дополнительного водного ресурса (или его экономию) по сравнению с альтернативными правилами. Для того чтобы обойти эту трудность, специалисты-водохозяйственники иногда предлагают повторить вариантный расчет, взяв в качестве начальных полученные конечные объемы воды в водохранилищах. Как показывает опыт, при этом зачастую удается уменьшить различие между начальными и конечными объемами. Однако это не дает решение задачи.

В данной работе предлагается алгоритм нахождения подходящих значений начальных объемов воды в водохранилищах на основе итерационного процесса. Показывается, что этот процесс сходится к одной из неподвижных точек некоторого отображения, то есть в пределе конечный объем воды совпадает с исходным.

Структура статьи такова. В разделе 1 дается описание математической модели каскада водохранилищ, в разделе 2 описывается итерационный алгоритм нахождения подходящих значений начальных объемов воды в водохранилищах. Раздел 3 посвящен изучению сходимости одного отображения, связанного с итерационным алгоритмом, а в разделе 4 результаты раздела 3 применяются к задаче нахождения подходящих значений начальных объемов воды.

1 Модель каскада водохранилищ

Рассмотрим модель каскада из I водохранилищ, расположенных в основном русле реки, использующихся для регулирования уровня реки в целях производства электроэнергии, предотвращения наводнений, обеспечения речного судоходства и водоснабжения в населенных пунктах и т.д. Пусть i — номер водохранилища, $i = 1,...,I$, причем водохранилище с номером $i+1$ находится ниже *i-го* водохранилища. Математическая модель каскада представляет собой динамическую систему с дискретным временем (подробнее см. в [2]). Считается, что интервал времени t начинается в момент $t - 1$ и заканчивается в момент t. Модель каскада рассматривается в течение периода времени продолжительностью в T лет, причем каждый год в модели разбивается на n_0 календарных интервалов, не обязательно равных по продолжительности. Тогда общее число интервалов за T лет составляет $t_0 = n_0 \cdot T$.

Состояние динамической системы в момент t задается величинами w_i^t, $i = 1,...,I$, где w_i^t — объем воды в *i-м* водохранилище. Динамика величин w_i^t описывается балансовым уравнением

$$w_i^t = w_i^{t-1} + q_i^t + r_{i-1}^t - r_i^t \, , r_0^t = 0 \, , \tag{1.1}$$

где $i = 1,...,I$, $t = 1,...,t_0$, r_i^t — попуск из *i-го* водохранилища за интервал времени t; q_i^t — боковая приточность к *i-му* водохранилищу за интервал времени t. Термин «боковая» используется для того, чтобы отличать приточность q_i^t от приточности r_{i-1}^t, обеспечиваемой попуском из водохранилища, лежащего выше по течению.

Управляющими воздействиями в задаче управления каскадом являются попуски воды через плотины r_i^t, $i = 1,...,I$, $t = 1,...,t_0$. Поскольку предсказать приточность водохранилищ на весь рассматриваемый период в T лет заранее невозможно, специалисты управляют попуском на основе правил, в которых величина попуска определяется в начале каждого интервала времени как функция имеющейся информации. В используемом нами классе правил попуска, которое обсуждается в [2], попуск i-го водохранилища на интервале t, обозначаемый r_i^t, определяется в начале интервала, т. е. в момент $t-1$, согласно соотношению

$$r_i^t = \psi_i^t (w_i^{t-1}, r_{i-1}^t, q_i^t, \alpha_i) \, , \tag{1.2}$$

где $i = 1,...,I$, $t = 1,...,t_0$, $\psi_i^t(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ — некоторая заданная периодическая функция времени, имеющая период n_0, а α_i — набор ее параметров. Значения параметров α_i для i-го водохранилища задает конкретное правило попуска. Величины w_i^{t-1} и q_i^t в момент $t-1$ известны.

Отметим, что использовать правила (1.2) можно только тогда, когда уже определен попуск r_{i-1}^t водохранилища i – 1, лежащего выше по течению. Правила рассматриваемого класса должны удовлетворять некоторым естественным ограничениям. Например, при любом w_i^{t-1} величина w_i^t должна быть не менее $w_i^{\min}$ и попуск r_i^t не должен превосходить некоторой величины $r_i^{\max}$, где $w_i^{\min}$ и $r_i^{\max}$ определены при проектировании плотины.

Предполагается, что совокупность параметров $\alpha = (\alpha_i, i = 1,...,I)$, содержащихся в функциях (1.2) всех водохранилищ, должна принадлежать некоторому выпуклому ограниченному множеству Ξ, которое определяется особенностями правил управления водохранилищами и здесь уточняться не будет.

Для анализа правила управления (1.2), задаваемого значениями параметров $\alpha = (\alpha_i, i = 1,...,I)$, требуется построить такие начальные значения объемов $w_i^0, i = 1,...,I$, при которых конечные значения $w_i^{t_0}, i = 1,...,I$ удовлетворяют соотношению

$$\left| w_i^{t_0} - w_i^0 \right| < \varepsilon, i = 1,...,I, \tag{1.3}$$

где $\varepsilon > 0$ — задаваемая экспертами величина допустимого несовпадения начального и конечного объемов воды в водохранилищах.

2 Алгоритм поиска подходящих начальных объемов

Далее предлагается алгоритм решения сформулированной задачи, т. е. поиска таких начальных объемов воды в водохранилищах $w_i^0, i = 1,...,I$, что при заданных правилах управления (1.2), т. е. при заданных параметрах $\alpha = (\alpha_i, i = 1,...,I)$ выполняется требование (1.3). Алгоритм применяется последовательно ко всем водохранилищам, начиная с верхнего. Расчет искомого значения w_i^0 осуществляется тогда, когда подходящие начальные значения для водохранилищ, лежащих выше по течению, уже найдены.

Расчет значения w_i^0 осуществляется с помощью итерационного процесса. Рассмотрим, например, водохранилище с номером $i_0 \in 1,...,I$. Перед началом итерационного процесса для этого водохранилища должны быть найдены искомые значения начальных объемов воды $w_1^0,...,w_{i_0-1}^0$, удовлетворяющие (1.3), и соответствующие им значения попусков вышележащего водохранилища $r_{i_0-1}^t, t = 1,...,t_0$. Для первого водохранилища ($i_0 = 1$) положим $r_0^t = 0$.

Рассмотрим балансовое уравнение (1.1) при $i = i_0$

$$w_{i_0}^t = w_{i_0}^{t-1} + q_{i_0}^t + r_{i_0-1}^t - r_{i_0}^t \text{ , где } r_{i_0}^t = \psi_{i_0}(w_{i_0}^{t-1}, r_{i_0-1}^t, q_{i_0}^t, \alpha_{i_0}) . \qquad (2.1)$$

Величины $q_{i_0}^t, t = 1,...,t_0$ и $r_{i_0-1}^t, t = 1,...,t_0$ в этом соотношении заданы, поэтому если задать $w_{i_0}^0$, то с помощью (2.1) можно вычислить величину $w_{i_0}^{t_0}$. Зависимость конечного объема воды $w_{i_0}^{t_0}$ от начального объема воды $w_{i_0}^0$ при заданном правиле попуска, т. е. при заданных параметрах α_i, обозначим через $w_{i_0}^{t_0} = h_{i_0}(w_{i_0}^0)$.

Алгоритм для водохранилища $i = i_0$.

Итерация 0. Берем произвольную величину $w_0 \geq 0$

Итерация $k > 0$

1. Рассчитываем $w_k = h_{i_0}(w_{k-1})$.
2. Если $|w_k - w_{k-1}| < \varepsilon$, расчет завершается.
3. $k{:}=k + 1$; начать новую итерацию.

Рассмотрим последовательность $w_0, w_1, ...$, где $w_0 \geq 0$, полученную в результате работы алгоритма. Покажем, что при выполнении некоторых условий при любом $w_0 \geq 0$ эта последовательность сходится к одной из неподвижных точек функции $h_{i_0}(\cdot)$. Предварительно докажем теорему о сходимости итерационных процессов, которая служит основой для анализа модели водохранилища.

3 Теорема о сходимости итерационных процессов

Рассмотрим отображение $\varphi : R_+ \to R_+$ и семейство последовательностей $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$, порождаемых $x_0 \in R_+$ и рассчитываемых согласно формуле

$$x_{k+1} = \varphi(x_k), k = 0,... \qquad (2.2)$$

Введем обозначение $B = \{x \in R_+ \mid \varphi(x) > x\}$.

Теорема 1 (о сходимости). Пусть $\varphi(\cdot)$ — непрерывная функция, не убывающая по своему аргументу. Для того чтобы последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ для любого $x_0 \in R_+$ сходилась к некоторой (может быть, зависящей от x_0) неподвижной точке x_* отображения $\varphi : R_+ \to R_+$, необходимо и достаточно, чтобы множество B имело следующее свойство: для любого числа $y \geq 0$ бесконечный отрезок $[y, +\infty)$ не принадлежит B.

Доказательство. 1) *Необходимость.* Предположим обратное: пусть для любого $x_0 \in R_+$ существует x_* — предел последовательности $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$, заданной (2.2), причем $x_* = \varphi(x_*)$, но найдется такое число $y_0 \in B$, что $[y_0, +\infty) \subset B$.

Рассмотрим последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ при $x_0 = y_0$. В силу $x_0 \in B$ имеем $x_1 > x_0$. Отсюда $x_1 \in [y_0, +\infty) \subset B$. Аналогичным образом показывается, что для всех $k = 1,...$ из $x_k \in B$ следует, что $x_{k+1} > x_k$, откуда $x_{k+1} \in B$.

По условию леммы последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ имеет предел x_*, причем $\varphi(x_*) = x_*$. В силу того, что $x_{k+1} > x_k > x_0, k = 1,...$, имеем $x_* > x_0$. Следовательно, $x_* \in [y_0, +\infty)$, откуда $x_* \in B$, что противоречит $\varphi(x_*) = x_*$. Необходимость доказана.

2) Достаточность. Итак, пусть для любого $y \geq 0$ бесконечный отрезок $[y, +\infty)$ не принадлежит B. Рассмотрим последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ для некоторого $x_0 \in R_+$ и покажем, что она сходится к неподвижной точке $\varphi(\cdot)$.

Случай 1. $x_0 \in B$. По условию теоремы найдется такая точка $\overline{x} \in [x_0, +\infty)$, что $\overline{x} \notin B$, т. е. $\varphi(\overline{x}) \leq \overline{x}$. В силу непрерывности $\varphi(\cdot)$ и с учетом того, что $\varphi(x_0) > x_0$, найдется $x_0 < x_{**} \leq \overline{x}$ такая, что $\varphi(x_{**}) = x_{**}$. Применяя k раз неотрицательную неубывающую функцию $\varphi(\cdot)$ к обеим частям неравенств $x_0 < x_{**}$ и $\varphi(x_0) > x_0$, получим $x_k \leq x_{**}$ и $x_{k+1} \geq x_k$, где $k = 1,...$. Таким образом, последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ является неубывающей и ограниченной и, следовательно, сходится. Обозначим предел $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ через x_*. Поскольку $\varphi(x_k) = x_{k+1}$, то $\lim\limits_{k\to+\infty} \varphi(x_k) = x_*$. С другой стороны, в силу непрерывности $\varphi(\cdot)$, имеем $\lim\limits_{k\to+\infty} \varphi(x_k) = \varphi(x_*)$. Поэтому x_* — неподвижная точка $\varphi(\cdot)$.

Случай 2. Теперь рассмотрим случай, когда $x_0 \notin B$. Это означает, что $\varphi(x_0) \leq x_0$. Поскольку $x_{k+1} = \varphi(x_k)$, то в силу неубывания $\varphi(\cdot)$ имеем $x_{k+1} \leq x_k$, где $k = 0,...$. Таким образом, последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{+\infty}$ является невозрастающей. Она ограничена снизу в силу $\varphi: R_+ \to R_+$. Далее утверждение получаем аналогично случаю 1. Теорема полностью доказана.

4 Анализ алгоритма поиска начальных значений объемов воды

Вернемся к рассмотрению модели каскада водохранилищ.

Свойство 1. Будем говорить, что правило управления (1.2) с некоторым параметром α_{i_0} обладает свойством 1, если для любого момента времени $\tau \in \{1, n_0+1, ..., n_0 \cdot (T-1)+1\}$ и для любых физически возможных $q_{i_0}^t$ и $r_{i_0-1}^t$, $t = \tau, ..., \tau + n_0$, найдется такой зависящий от α_{i_0} и τ объем водохранилища $\hat{w}_{i_0}$, что при всех $w_{i_0}^{\tau-1} \geq \hat{w}_{i_0}(\alpha_{i_0}, \tau)$ выполнено неравенство

$$\sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1} \psi_{i_0}^t(w_{i_0}^{t-1}, r_{i_0-1}^t, q_{i_0}^t, \alpha_{i_0}) \geq \sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1} \left\{ r_{i_0-1}^t + q_{i_0}^t \right\}.$$

Физический смысл свойства 1 заключается в следующем: класс правил попуска через плотину для любого набора параметров α_{i_0} должен обеспечивать попуск любой возможной годовой приточности $\sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1}\left\{r_{i_0-1}^t+q_{i_0}^t\right\}$. Точнее говоря, правило (1.2) таково, что при превышении объема воды в водохранилище некоторой критической величины $\hat{w}_{i_0}$ должен осуществляться попуск, компенсирующий физически возможный приток воды в водохранилище. Таким образом, свойство 1 рассматриваемого правила управления должно обеспечивать безопасную эксплуатацию водохранилища, не допуская его переполнения при всех физически возможных $q_{i_0}^t$ и $r_{i_0-1}^t$.

Свойство 2. Будем говорить, что правило управления (1.2) с некоторым параметром α_{i_0} обладает свойством 2, если для любых физически возможных $q_{i_0}^t$ и $r_{i_0-1}^t$ функции $w-\psi_{i_0}^t(w,r_{i_0-1}^t,q_{i_0}^t,\alpha_{i_0})$ аргумента w являются неубывающими.

Пусть для водохранилища i_0 заданы параметры α_{i_0} правила управления, а также боковая приточность и приточность сверху. Рассмотрим семейство функций

$$\gamma_{i_0}^\tau(w)=w+\sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1}\left\{r_{i_0-1}^t+q_{i_0}^t\right\}-\sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1}\psi_{i_0}^t(w_{i_0}^{t-1},r_{i_0-1}^t,q_{i_0}^t,\alpha_{i_0}), \tag{4.1}$$

где $w_{i_0}^{\tau-1}=w$, $\tau\in\left\{1,n_0+1,\dots,n_0\cdot(T-1)+1\right\}$, определенные при $w\ge 0$.

Лемма 1. Если правило управления (1.2) с некоторым параметром α_{i_0} обладает свойством 2, причем функции $\psi_{i_0}^t(w,\cdot,\cdot,\alpha_{i_0})$ непрерывны по w, то функции $\gamma_{i_0}^\tau(w)$, $\tau\in\left\{1,n_0+1,\dots,n_0\cdot(T-1)+1\right\}$ являются непрерывными и неубывающими.

Доказательство. Обозначим функции $w+r_{i_0-1}^t+q_{i_0}^t-\psi_{i_0}^t(w,r_{i_0-1}^t,q_{i_0}^t,\alpha_{i_0})$ аргумента w через $f_{i_0}^t(w)$, где $t\in\left\{\tau,\dots,\tau+n_0-1\right\}$. Из (1.2) следует, что функция $\gamma_{i_0}^\tau(\cdot)$ является суперпозицией непрерывных функций $f_{i_0}^t(\cdot)$, $t\in\left\{\tau,\dots,\tau+n_0-1\right\}$, т. е. $\gamma_{i_0}^\tau(w)=f_{i_0}^{\tau_{\tau+n_0-1}}(f_{i_0}^{\tau_{\tau+n_0-2}}(\dots f_{i_0}^\tau(w)),w\ge 0$. В силу свойства 2 функции $f_{i_0}^t(\cdot)$, $t\in\left\{\tau,\dots,\tau+n_0-1\right\}$ являются неубывающими. Таким образом, функция $\gamma_{i_0}^\tau(\cdot)$ — непрерывная и неубывающая при каждом $\tau\in\left\{1,n_0+1,\dots,n_0\cdot(T-1)+1\right\}$. Лемма доказана.

Теорема 2. Если правило управления (1.2) с некоторым параметром α_{i_0} обладает свойствами 1 и 2, причем функции $\psi^t_{i_0}(w,\cdot,\cdot,\alpha_{i_0})$ непрерывны по w, то последовательность $w_k = h_{i_0}(w_{k-1}), k = 1,2,...$ сходится к неподвижной точке функции $h_{i_0}(\cdot)$ при любом $w_0 \geq 0$.

Доказательство. Функция $h_{i_0}(\cdot)$ является суперпозицией функций $\gamma^{\tau_j}_{i_0}(\cdot)$, где $\tau_j = 1 + j \cdot n_0$, $j = 0,...,T-1$, точнее

$$h_{i_0}(w) = \gamma^{\tau_{T-1}}_{i_0}(\gamma^{\tau_{T-2}}_{i_0}(...\gamma^{\tau_0}_{i_0}(w)), w \geq 0 .$$

В силу леммы 1 функция $h_{i_0}(\cdot)$ является непрерывной и неубывающей, при этом $h(w) \geq 0$ при $w \geq 0$. Покажем, что множество $\{w \geq 0 \mid h_{i_0}(w) > w\}$ ограничено.

По определению свойства 1 правила управления найдется число $\hat{w}_{i_0}\left(\alpha_{i_0},\tau\right) \geq 0$ такое, что $\sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1} \psi^t_{i_0}(w^{t-1}_{i_0}, r^t_{i_0-1}, q^t_{i_0}, \alpha_{i_0}) \geq \sum_{t=\tau}^{\tau+n_0-1} \left\{ r^t_{i_0-1} + q^t_{i_0} \right\}$ при всех $w^{\tau-1}_{i_0} \geq \hat{w}_{i_0}\left(\alpha_{i_0},\tau\right)$. С учетом (4.1) получим, что $\gamma^{\tau}_{i_0}(w) \leq w$ для любого $w \geq \hat{w}_{i_0}\left(\alpha_{i_0},\tau\right)$. Пусть $c = \max_{j=0,...,T-1} \left\{ \hat{w}_{i_0}\left(\alpha_{i_0},\tau_j\right) \right\}$. Тогда при $w \geq c$ имеем $\gamma^{\tau_j}_{i_0}(w) \leq w$ для всех $j = 0,...,T-1$. Последовательно применяя неубывающие функции $\gamma^{\tau_j}_{i_0}(\cdot), j = 1,...,T-1$, к обеим частям неравенства $\gamma^{\tau_0}_{i_0}(w) \leq w$, с учетом неравенств $\gamma^{\tau_j}_{i_0}(w) \leq w, j = 0,...,T-1$, получим, что $h_{i_0}(w) \leq w$ при всех $w \geq c$. Это доказывает ограниченность множества $B = \{w \geq 0 \mid h_{i_0}(w) > w\}$.

Таким образом, возвращаясь к последовательности $\{w_k\}^{+\infty}_{k=0}$, где $w_{k+1} = h_{i_0}(w_k)$, видим, что все условия теоремы 1 о сходимости выполнены, следовательно, последовательность $w_{k+1} = h_{i_0}(w_k), k = 0,1,...$ сходится к неподвижной точке функции $h_{i_0}(\cdot)$ при любом $w_0 \geq 0$. Теорема доказана.

Ясно, что в силу сходимости $\{w_k\}^{+\infty}_{k=0}$ найдется элемент последовательности w_{k_0} такой, что $\left| w_{k_0+1} - w_{k_0} \right| < \varepsilon$. Следовательно, на каком-то шаге итерации будет получена искомая величина $w^0_{i_0}$, удовлетворяющая условию (1.3) при $i = i_0$.

Заключение

Проведенный анализ модели показывает, что предложенный алгоритм позволяет находить такие значения начальных объемов воды в водохранилищах $w^0_i, i = 1,...,I,$ что при заданных правилах управления класса

(1.2) и заданном ряде приточности выполняется требование (1.3). Благодаря этому оказывается возможным использовать имитационные эксперименты для выбора наиболее подходящих правил управления каскадом водохранилищ.

Литература

1. Пряжинская В. Г., Ярошевский Д. М., Левит-Гуревич Л. К. Компьютерное моделирование в управлении водными ресурсами. М.: Физматлит, 2002. 496 с.

2. Лотов А. В., Рябиков А. И. Многокритериальный синтез оптимального управления и его применение при построении правил управления каскадом гидроэлектростанций // Труды института математики и механики УрО РАН. 2014. Т. 20, № 4. С. 187–203.

3. Болгов М. В., Сарманов И. О., Сарманов О. В. Марковские процессы в гидрологии. М: ИВП РАН, 2009. 210 с.

CONVERGENCE OF ITERATION PROCESSES
IN THE MODEL OF RESERVOIR CASCADE

Andrey I. Ryabikov
Junior Researcher,
Federal Research Center of RAS "Informatics and Management"
40 Vavilova St., Moscow 119333, Russia
E-mail: ariabikov@gmail.com

The article deals with the mathematical model of reservoirs, which allows studying various cascade control rules. One of the unresolved problems of using such models is the inequality of water volumes in reservoirs at the initial and final moments of the period of time, during which different control rules are compared. We have proposed an iterative algorithm for searching such initial volumes of water in reservoirs, which for a given control rule lead to coinciding volumes of water at the final moment. The convergence of this algorithm is shown.

Keywords: dynamic system; simulation modelling; simple-iteration method; fixed point; reservoir cascade; control rules.

References

1. Pryazhinskaya V. G., Yaroshevskii D. M., Levit-Gurevich L. K. *Kompyuternoe modelirovanie v upravlenii vodnymi resursami* [Computer Modeling in Water Resource Management]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2002. 496 p.

2. Lotov A. V., Ryabikov A. I. *Mnogokriterialnyi sintez optimalnogo upravleniya i ego primenenie pri postroenii pravil upravleniya kaskadom gidroelektrostantsii* [Multicriterial Synthesis of Optimal Control and Its Application in Constructing Control Rules for a Cascade of Hydroelectric Stations]. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics.* 2014. Vol. 20, No. 4. Pp. 187–203.

3. Bolgov M. V., Sarmanov I. O., Sarmanov O. V. *Markovskiye protsessy v gidrologii* [Markov Chain in Hydrology]. Moscow: Institute of Water Problems RAS, 2009. 210 p.