

Научная статья

УДК 51-74

DOI: 10.18101/2304-5728-2024-2-30-42

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ТРЕХЗВЕННОГО МОБИЛЬНОГО КОЛЕСНОГО РОБОТА

© **Ефремов Кирилл Сергеевич**

младший научный сотрудник,

Ижевский государственный технический университет

имени М. Т. Калашникова

Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 42

efremofk@yandex.ru

**Аннотация.** В работе рассмотрена методика определения бокового проскальзывания колес мобильного трехзвеного робота при помощи оптической системы захвата движения. Мобильный трехзвеноый колесный робот представляет собой колесную платформу, состоящую из трех сопряженных между собой звеньев. В движение мобильный трехзвеноый робот приводится сервоприводами, расположенными в сочленениях звеньев, за счет их согласованного периодического вращения. При несогласованном вращении сервоприводов во время движения мобильного трехзвеного робота может возникать проскальзывание. Минимальная величина проскальзывания является критерием правильности расчета и реализации управления. Определение проскальзывания для мобильного трехзвеного робота осуществляется в работе за счет приведенной методики с применением оптической системы захвата движения. В дальнейшем методика будет использоваться для планирования движения многозвеноых мобильных роботов.

**Ключевые слова:** мобильный колесный многозвеноый робот, методика определения проскальзывания, алгоритм точного позиционирования маркеров Vison.

### Благодарности

Исследование выполнено в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (FZZN-2020-0011).

### Для цитирования

*Ефремов К. С.* Экспериментальная оценка проскальзывания трехзвеного мобильного колесного робота // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2024. № 2. С. 30–42.

### Введение

Мобильные роботы находят все большее применение в различных практических задачах, в рамках которых разрабатываются складские мобильные роботы, сервисные роботы, роботы специального назначения [1, 2, 3, 4]. В рамках выполняемых роботами задач существуют

различные кинематические схемы, которые можно классифицировать следующим образом:

- роботы с дифференциальным приводом [5, 6];
- роботы с дифференциальным приводом и прицепом с пассивными колесами [7, 8];
- многозвенные (или сочлененные) мобильные роботы [9, 10].

Также возможна комбинация указанных кинематических схем.

Наименее изученными являются кинематические схемы, реализующие управляемое соединение колесных платформ с пассивными колесами. Конструкция подобных роботов состоит из эквивалентных звеньев, соединенных между собой управляемыми сервоприводами. Расположение сервоприводов в шарнирных соединениях звеньев позволяет осуществить изменение ориентации одного звена относительно другого. Управление подобными роботами строится в рамках неголономных моделей [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17].

Одним из достоинств данного типа роботов является возможность реализации управляемого движения с помощью только одного привода. Направление движения формируется параметрами взаимного углового вращения звеньев. Однако в основном данные модели представлены в теоретических работах, а в немногочисленных экспериментальных работах для обеспечения движения мобильного робота в рамках приведенных неголономных моделей необходимо обеспечить отсутствие проскальзывания.

В рамках данной работы на примере специального опытного прототипа предложена методика экспериментальной оценки бокового проскальзывания звеньев мобильного робота.

## 1 Описание экспериментального прототипа

Для проведения экспериментальных исследований разработан и создан натурный прототип мобильного многозвенного колесного робота. Конструкция робота представляет собой эквивалентные по геометрическим параметрам звенья, соединенные шарнирно в последовательную цепь. Сопряжения звеньев мобильного робота равноудалены от центров колесных пар. Кинематическая схема робота приведена на рисунке 1, где  $Oxy$  — неподвижная система координат,  $C_1, C_2, C_3$  — центры колесных пар звеньев мобильного робота,  $C_1n_1\tau_1, C_2n_2\tau_2, C_3n_3\tau_3$  — подвижные системы координат, связанные с первым вторым и третьим звеном соответственно, векторы  $n_1, n_2, n_3$  направлены вдоль осей вращения

колес,  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  — вдоль платформ 1, 2 и 3 соответственно. Расстояния от центра колесной пары до точки соединения платформ во всех звеньях одинаковы  $C_3O_2 = C_2O_2 = C_2O_1 = C_1O_1$ .

Над каждой платформой экспериментального прототипа сверху конструктивно предусмотрена площадка для крепления маркеров системы захвата движения (рис. 2а, б). Шарниры соединений звеньев позволяют реализовать две степени свободы: вращение вокруг оси  $Oz$  в точке сочленения звеньев ( $O_1, O_2$ ) и небольшое вращение вокруг оси  $\tau$  (рис. 2в), для того чтобы все колеса имели зацепление при движении по небольшим неровностям полигона. Внешний вид созданного экспериментального прототипа с закрепленными маркерами приведен на рисунке 2.

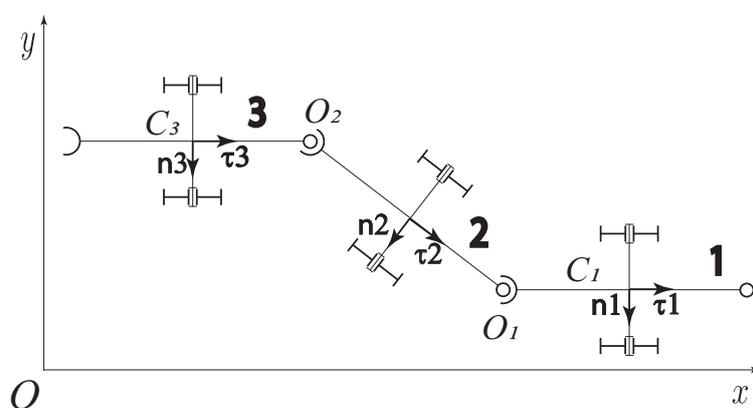


Рис. 1. Кинематическая схема многозвенного робота

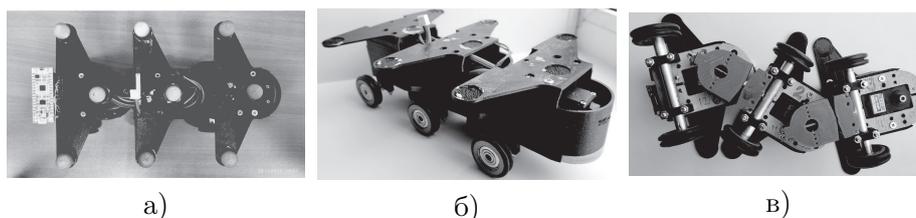


Рис. 2. Фотографии созданного экспериментального многозвенного мобильного робота: а) вид сверху с маркерами, б) вид сбоку; в) вид снизу, согнутый в максимальных амплитудах качения звеньев.

## 2 Методика определения бокового проскальзывания колес

Под боковым проскальзыванием в данной работе подразумевается скольжение колес в боковом направлении (занос звена мобильного робота вдоль оси вращения колес). Параметры движения каждого звена: скорость в продольном  $v_\tau$  и поперечном направлениях  $v_n$  определяются по маркерам системы захвата движения, закрепленным на каждой платформе. В данной работе используется оптическая система захвата движения Vicon [18, 19] с точностью определения координат до  $\pm 0.5$  мм и частотой дискретизации 100 Гц. Опыт использования данной оптической системы захвата движения для восстановления траектории и скорости объектов по специальным маркерам показал существование влияния точности их крепления на погрешности измерений. Поэтому предварительными этапами подготовки экспериментального прототипа являются идентификация оси вращения колес каждой платформы и точное расположение системы маркеров на каждом звене.

Алгоритм идентификации оси вращения колесной пары мобильного робота включает следующие действия:

1. Маркеры системы захвата движения устанавливаются на каждом колесе или оси их вращения, так что ось вращения колеса проходит через центр маркера. После этого колесная пара (звено) устанавливается на горизонтальной плоскости. При установке маркеров возможно возникновение погрешности  $dZ$  (рис. 3).

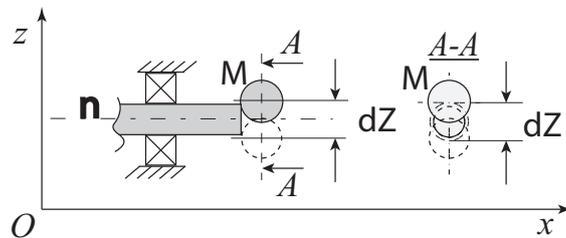


Рис. 3. Схематичное изображение оси колесной пары и маркера системы захвата движения

2. Система захвата движения записывает координаты маркеров при движении звена на несколько оборотов колес на полигоне.
3. По данным с системы захвата движения определяются максимальные величины отклонения положения маркеров вдоль оси  $Oz$  -  $dZ$ .

4. Если величина  $dZ$  маркера больше погрешностей измерения системы захвата движения, то необходимо переставить маркеры ближе к центру оси вращения и вернуться к пункту [2]. Для рассматриваемой системы захвата движения  $dZ \leq 0.5\text{мм}$ .

Далее маркеры, которые установлены на оси вращения колес, будут использоваться для определения положения данной оси в процессе движения, а проекция скорости звена на эту ось будет определять величину проскальзывания.

Поскольку экспериментально необходимо исследовать движение сразу нескольких звеньев, то для обеспечения надежной идентификации каждого звена необходима установка минимум трех маркеров в верхней части платформы. С каждой тройкой маркеров удобно связать локальную систему координат звена, а размещать их необходимо таким образом, чтобы геометрический центр платформы находился в центре данной локальной системы координат.

Маркеры позиционируются с помощью системы захвата движения специальным образом так, чтобы отрезок, соединяющий два из них (маркеры  $[M_2], [M_3]$  с расстоянием между ними в 120мм), был параллелен оси вращения колесной пары (маркеры  $[M_1], [M_4]$  на рис. 4). Схематичное изображение мобильного робота с закрепленными маркерами приведено на рисунке 4.

При этом удобным является расположение локальной системы координат когда одна из ее осей направлена вдоль оси вращения колесной пары. Это достигается следующими действиями:

1. Мобильный робот (одно звено) установлен на горизонтальном ровном полигоне. К роботу через систему захвата движения привязывается подвижная система координат  $Cn\tau$  (рис. 4), по маркерам  $[M_1]-[M_4]$ .
2. Система захвата движения распознает маркеры  $[M_1]-[M_5]$ , определяет их координаты в неподвижной системе координат и выдает матрицу поворота:

$$Q_b = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

компоненты которой  $\alpha, \beta, \gamma$  являются проекциями осей  $n, \tau, C_z$  подвижной системы координат, связанной со звеном мобильного робота на оси  $O_x, O_y, O_z$  неподвижной системы координат.

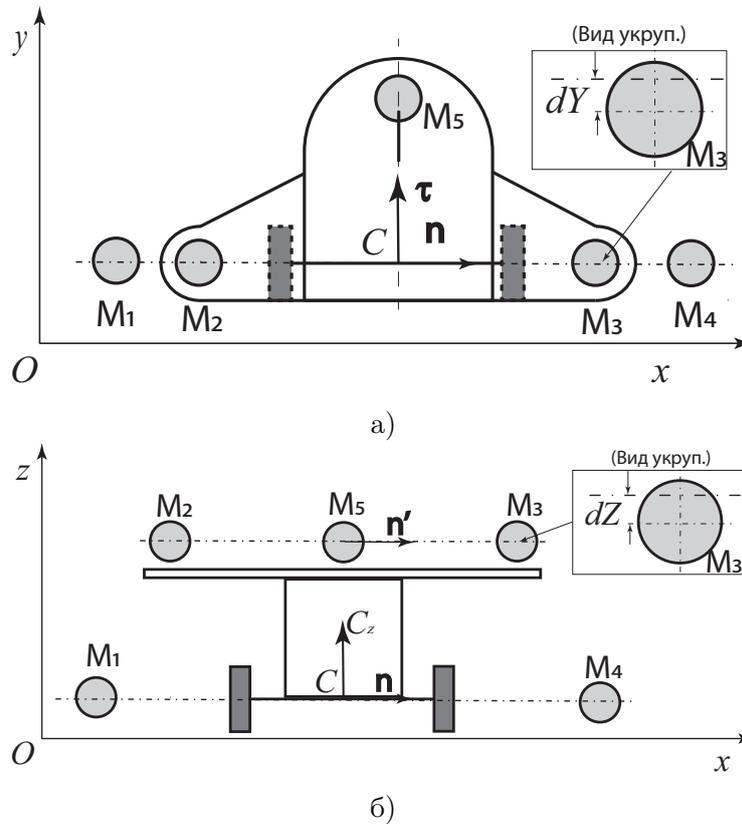


Рис. 4. Расположение маркеров на корпусе робота: а) позиционирование вдоль оси  $\mathbf{n}$ ; б) позиционирование вдоль оси  $z$ . В укрупненных видах приведено смещение центра маркера от желаемой оси.

3. Вычисляется вектор оси вращения колес  $\mathbf{n}$  в подвижной системе координат путем умножения координат вектора на матрицу поворота  $\mathbf{Q}_b$ .

$$\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{Q}_b \cdot \mathbf{n},$$

где  $\mathbf{n} = \frac{\overline{M_1M_4}}{|M_1M_4|}$  — вектор, соединяющий маркеры  $[M_1]$ - $[M_4]$ . Аналогично в подвижной системе координат вычисляется вектор

$$\tilde{\mathbf{n}}' = \mathbf{Q}_b \cdot \mathbf{n}',$$

где  $\mathbf{n}' = \frac{\overline{M_2M_3}}{|M_2M_3|}$  — вектор, построенный по маркерам  $[M_2]$ ,  $[M_3]$ .

4. Далее изменяем положение платформы с маркерами  $[M_2]$ ,  $[M_3]$ ,  $[M_5]$  таким образом, чтобы  $(\tilde{\mathbf{n}}, \tilde{\mathbf{n}}') \rightarrow 1$ , т. е. минимизируем величины отклонений  $dY$  и  $dZ$  (рис. 4).

5. При получении значений  $dY$  и  $dZ$  больше погрешности системы захвата движения, пункты, начиная со второго, повторяются.

Алгоритмы идентификации оси вращения колесной пары и корректировки расположения маркеров на корпусе мобильного робота применены для каждой платформы мобильного робота перед натурными экспериментами. Скорость каждого звена определяется дифференцированием положения одного из маркеров, закрепленных на каждом звене мобильного робота согласно выражению 2.

$$\mathbf{v}_j^i = \left( \frac{dx_j^i}{dt}, \frac{dy_j^i}{dt}, \frac{dz_j^i}{dt} \right), \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_{\tau j}^i = (\mathbf{v}_j^i, \boldsymbol{\tau}_j^i), \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_{nj}^i = (\mathbf{v}_j^i, \mathbf{n}_j^i), \quad (4)$$

где  $i$  — номер звена мобильного робота,  $j$  — индекс, определяющий дискретное значение  $j = [0, T]$ ,  $T$  — время движения робота,  $dz^i$ ,  $dx^i$ ,  $dy^i$  — перемещение соответствующего звена мобильного робота вдоль осей  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  в неподвижной системе координат,  $\mathbf{v}_n$  скорость бокового проскальзывания и  $\mathbf{v}_\tau$  продольная скорость звена мобильного робота.

При определении скорости по дискретным данным от системы захвата движения могут быть использованы различные численные методы: метод с перешагиванием (leapfrog), метод Верле и другие, однако для рассматриваемых экспериментальных данных методы не дали больших расхождений в вычислении скоростей, поэтому в работе применен метод вычисления скоростей по нескольким дискретным значениям координат с учетом расположения маркеров на корпусе мобильного робота.

Далее приведены результаты натурных экспериментов с прототипом мобильного робота.

### 3 Экспериментальные исследования

В данном разделе приведены результаты натурных экспериментальных исследований прототипа мобильного трехзвенного робота в двух режимах: свободном и управляемом движении многозвенного робота. При движении в свободном режиме мобильный робот катился по прямой траектории и по кругу от толчка рукой без применения

сервоприводов. При управляемом движении мобильный робот двигался при помощи встроенных в звенья робота сервоприводов.

Перед началом эксперимента робот располагается на плоском горизонтальном полигоне. Далее проводится серия экспериментов с роботом со специально закрепленными на нем маркерами, при которой координаты маркеров записываются на систему захвата движения. После проведения экспериментов по координатам маркеров рассчитываются векторы  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{\tau}$ , из которых рассчитывается боковое проскальзывание робота  $\mathbf{v}_n$ . Типовые графики экспериментально полученных скоростей вдоль прямолинейной траектории приведены на рисунке 5.

Аналогичным образом проведена серия экспериментов для движения вдоль окружности. Результаты экспериментальных исследований в виде графиков скоростей приведены на рисунке 6.

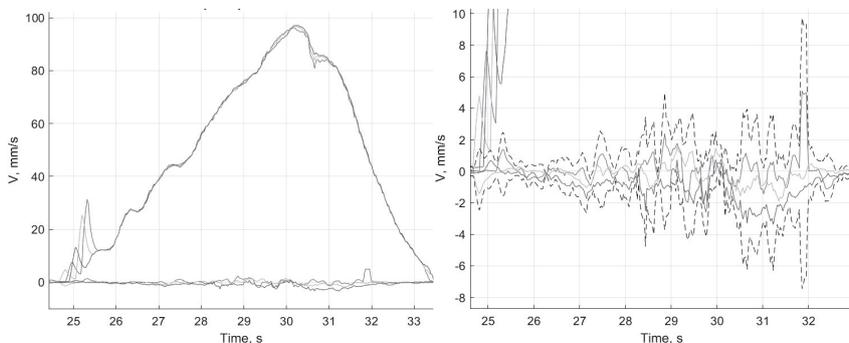


Рис. 5. Слева — графики скоростей перемещения звеньев мобильного робота и соответствующее боковое проскальзывание. Справа — масштабированная часть с проскальзыванием. Пунктирными линиями приведены графики стандартного отклонения для трех графиков скоростей с доверительным интервалом 95%.

По графикам (рис. 6, 5) можно сделать вывод, что скорость бокового проскальзывания оси вращения колес при свободном движении вдоль заданных траекторий находится в среднем в промежутке  $\pm 1$  мм. Это находится в пределах погрешности измерения системы захвата движения. Поэтому его можно считать отсутствующим и это является показателем работоспособности применения приведенных выражений (2–4) при определении бокового проскальзывания с учетом применения алгоритмов позиционирования маркеров.

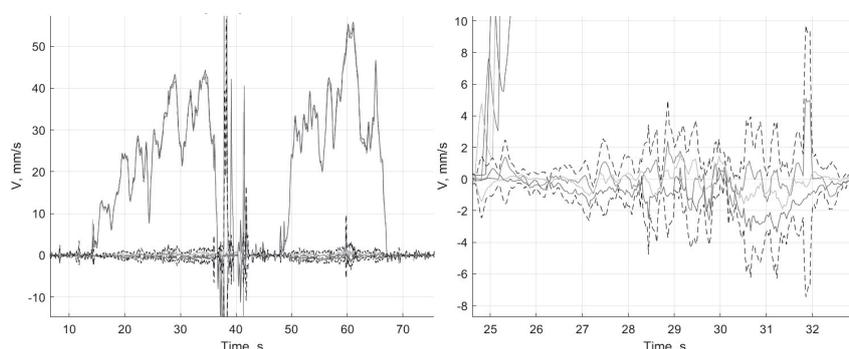


Рис. 6. Слева графики скоростей движения и бокового проскальзывания для многозвенового мобильного робота траектории в виде окружности. Справа масштабированный вид.

Далее рассмотрим результаты экспериментальных исследований при управляемом движении трехзвенового мобильного робота. Условия проведения экспериментального исследования управляемого движения мобильного робота аналогичны условиям проведения экспериментальных исследований при свободном движении. Но при управляемом движении в микроконтроллер мобильного робота перед началом движения загружается программа управления сервоприводами. В качестве управления выбраны следующие функции углов поворота звеньев [20, 21].

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= 0.872664 \sin(2\pi t + \pi/3), \\ \varphi_2(t) &= 0.872664 \sin(2\pi t),\end{aligned}\tag{5}$$

где  $\varphi_1(t)$  — угол ориентации первого звена относительно второго,  $\varphi_2(t)$  — угол ориентации второго звена относительно третьего.  $\pi/3$  — задержка одного сервопривода относительно другого (D), 0.872664 — максимальная амплитуда качения одного звена относительно другого.

Траектории движения трех звеньев робота при управляемом движении согласно выражениям 5 приведены на рисунке 7.

Определение скоростей звеньев выполнено согласно выражениям 2-4. Результаты движения приведены в виде графиков скоростей на рисунке 8.

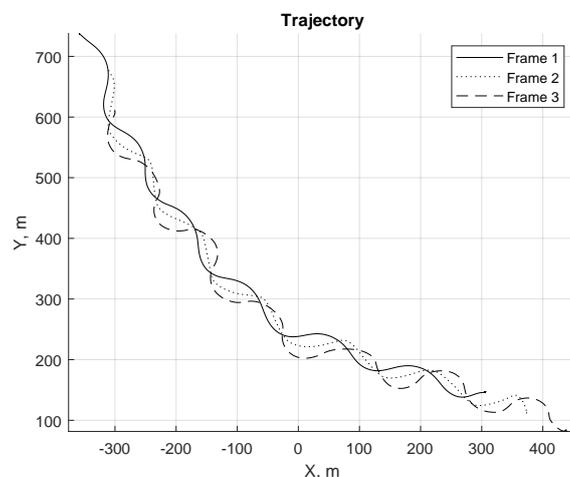


Рис. 7. Траектория движения трехзвенного мобильного робота с периодом управления 1с. Сплошной приведена траектория движения первого звена, пунктирной — второго, штриховой — третьего.

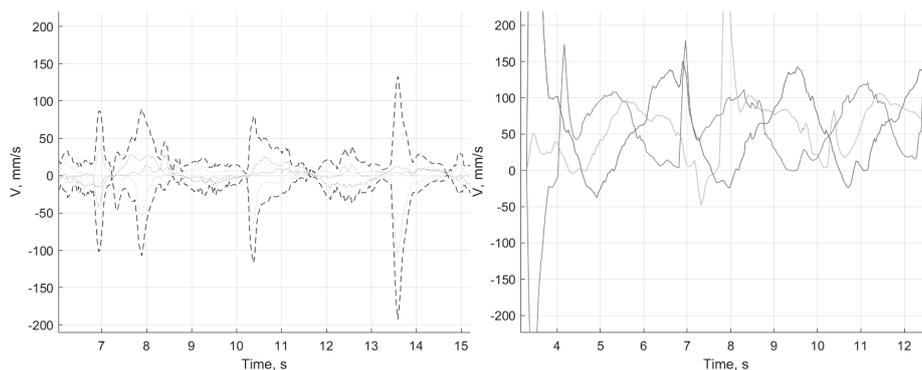


Рис. 8. Справа приведены графики поступательной скорости движения мобильного робота. Слева приведены графики скоростей скольжения.

### Заключение

Предварительные исследования с использованием системы захвата движения по маркерам, расположенным на звене мобильного робота, позволили в достаточной степени идентифицировать проскальзывание. При свободном качении проскальзывание отсутствует, что подтверждается экспериментальными данными (скорость проскальзывания порядка погрешности). Но при управляемом движении скорость проскальзывания существенно больше и в дальнейшем следует выбирать управление, обеспечивающее минимальную скорость проскальзывания или ее отсутствие.

Будущие исследования будут направлены на исследование управляемого движения и оценку условий возникновения проскальзывания, а также методов его минимизации.

### Литература

1. Крючков Б. И., Карпов А. А., Усов В. М. Перспективные подходы к применению сервисных роботов в области пилотируемой космонавтики // Информатика и автоматизация. 2014. Т. 1, № 32. С. 125–151.
2. Рогаткин Д. А., Лапитан Д. Г., Лапаева Л. Г. Концепция мобильных автономных сервисных роботов для медицины // Биомедицинская радиоэлектроника. 2013. № 5. С. 46–56.
3. Чиров Д. С., Новак К. В. Перспективные направления развития робототехнических комплексов специального назначения // Вопросы безопасности. 2018. № 2. С. 50–59.
4. Технологии модернизации и оживления мобильных роботов специального назначения / В. Е. Пряничников, В. П. Андреев, К. Б. Кирсанов [и др.] // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2011. Т. 116, № 3. С. 166–171.
5. Malu S. K. et al. Kinematics, localization and control of differential drive mobile robot. *Global Journal of Research In Engineering*. 2014; 14 (1): 1–9.
6. Stefek A. et al. Energy comparison of controllers used for a differential drive wheeled mobile robot. *IEEE Access*. 2020; 8: 170915–170927.
7. Kassaeiyan P., Alipour K., Tarvirdizadeh B. A full-state trajectory tracking controller for tractor-trailer wheeled mobile robots. *Mechanism and Machine Theory*. 2020; 150: 103872.
8. Liu Z. et al. Trajectory planning and robust tracking control for a class of active articulated tractor-trailer vehicle with on-axle structure. *European Journal of control*. 2020; 54: 87–98.
9. Laumond J. P. Controllability of a multibody mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 1993; 9 (6): 755–763.
10. Michalek M. M. Trailer-maneuverability in n-trailer structures. *IEEE robotics and automation letters*. 2020; 5 (4): 5105–5112.
11. Kuleshov A. S. Further development of the mathematical model of a snakeboard. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2007; 12: 321–334.
12. Bullo F., Lewis A. D. Kinematic controllability and motion planning for the snakeboard. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2003; 19 (3): 494–498.

13. Shammass E., De Oliveira M. Motion planning for the snakeboard. *The International Journal of Robotics Research*. 2012; 31 (7): 872–885.
14. Yona T., Or Y. The wheeled three-link snake model: singularities in nonholonomic constraints and stick-slip hybrid dynamics induced by Coulomb friction. *Nonlinear Dynamics*. 2019; 95 (3): 2307–2324.
15. Rashevsky P. K. About connecting two points of a completely nonholonomic space by admissible curve. *Uch. Zapiski Ped. Inst. Libknechta*. 1938; 2: 83–94.
16. Transteth A. A. et al. Snake robot obstacle-aided locomotion: Modeling, simulations, and experiments. *IEEE Transactions on Robotics*. 2008; 24 (1): 88–104.
17. Tanaka M., Matsuno F. Modeling and control of head raising snake robots by using kinematic redundancy. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. 2014; 75: 53–69.
18. Karavaev Y. L., Kilin A. A. Nonholonomic dynamics and control of a spherical robot with an internal omniwheel platform: Theory and experiments. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*. 2016; 295: 158–167.
19. Kilin A. A., Karavaev Y. L. Experimental research of dynamic of spherical robot of combined type. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2015; 11 (4): 721–734.
20. Bizyaev I. A., Borisov A. V., Mamaev I. S. Exotic dynamics of nonholonomic roller racer with periodic control. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2018; 23: 983–994.
21. Bizyaev I. A., Mamaev I. S. Roller Racer with varying gyrostatic momentum: acceleration criterion and strange attractors. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2023; 28 (1): 107–130.

*Статья поступила в редакцию 27.03.2024; одобрена после рецензирования 20.06.2024; принята к публикации 23.09.2024.*

EXPERIMENTAL SLIP ESTIMATION OF THREE-LINK  
MOBILE WHEELED ROBOT

*Kirill S. Yefremov*

Junior researcher of "Mobile Systems" laboratory,  
Department of "Mechatronic Systems"  
Kalashnikov Izhevsk State Technical University  
42 Studencheskaya st., Izhevsk, 426069, Russia

*Abstract.* The paper considers an algorithm for determining a side slippage of the wheels of a mobile three-link robot using an optical motion capture system. The mobile three-link wheeled robot is a wheeled platform consisting of three interconnected equivalent links. The mobile three-link robot is driven by servos located in the joints of the links due to their coordinated periodic rotation. While the servos rotate uncoordinated during the movement of the mobile three-link robot, slippage may occur. The minimum estimated of slippage is a criterion for the correctness of the calculation and implementation of the control. The determination of slippage for a mobile three-link robot is carried out in operation due to the above technique using an optical motion capture system. In the future, the technique will be used to plan of motion of multi-link mobile robots.

*Keywords:* Mobile wheeled three-link robot, method for determining slippage, an algorithm for precise positioning of Vicon markers.

*For citation*

*Yefremov K. S.* Experimental Slip Estimation of Three-Link Mobile Wheeled Robot // Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics. 2024. N. 2. P. 30–42.

*The article was submitted 27.03.2024; approved after reviewing 20.06.2024; accepted for publication 23.09.2024.*