

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

---

Научная статья

УДК 51-74; 621.865.8

DOI: 10.18101/2304-5728-2026-2-74-87

## ПРОТОТИПИРОВАНИЕ КОМПОНОВОЧНЫХ СТРУКТУР БЕЗРЕВЕРСНЫХ МЕХАТРОННЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ

© **Никифоров Семён Очирович**

доктор технических наук, профессор,

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова

Россия, 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а

vbsumi@yandex.ru

© **Битуев Игорь Кимович**

кандидат технических наук, доцент,

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления

Россия, 670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40В

dm\_bik@mail.ru

© **Никифоров Булат Семёнович**

кандидат технических наук,

Бурятский республиканский индустриальный техникум

Россия, 670034, г. Улан-Удэ, ул. Гагарина, 28А

nbs76@mail.ru

**Аннотация.** В статье представлен анализ безреверсных мехатронных манипуляторов (БММ) — нового класса механизмов с высоким быстродействием и сложными циклоидальными траекториями рабочих органов. Рассмотрены компоновочные структуры (планетарные, шарнирно-рычажные, зубчато-рычажные), методы кинематического описания и система управления. Показана роль аддитивных технологий и быстрого прототипирования на основе 3D-моделей для ускорения проектирования, снижения затрат и повышения наглядности разработки. Отмечены преимущества (гибкость, интеграция с САД) и ограничения методов (стоимость, точность, прочность). Обоснована необходимость учета взаимосвязей информационных, массоинерционных и энергетических параметров. Сделан вывод о перспективности БММ в промышленности и робототехнике для создания конкурентоспособных высокотехнологичных решений в мехатронике.

**Ключевые слова:** прототипирование, безреверсные мехатронные манипуляторы, топология, моделирование, компоновочные структуры, циклоидальные траектории, аддитивные технологии, программно-математическое обеспечение, применение.

### Для цитирования

*Никифоров С. О., Битуев И. К., Никифоров Б. С.* Прототипирование компоновочных структур безреверсных мехатронных манипуляторов // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2026. № 2. С. 74–87.

### Введение

В монографиях [1–5] представлен новый класс безреверсных мехатронных манипуляторов (БММ), а также топология их компоновочных структур, траектория движения рабочих органов, особенности их механики, способы управления, программно-математическое обеспечение (ПМО). Сделано заключение, что при их проектировании, математическом описании их поведения необходимо учитывать зависимости, существующие между информацией, массоинерционными характеристиками и энергией.

У мехатронного устройства можно выделить четыре основных функциональных блока (рис. 1) [6].



Рис. 1. Схема управляемого мехатронного устройства высокого уровня

Специфика режимов работы БММ и обширная топология циклоидальных траекторий движения рабочих органов, в силу реализации принципа наложения кривых движения звеньев исполнительного механизма, дает эффект быстродействия БММ и позволяет иметь широкий спектр их практического применения.

Для их успешного проектирования существуют аддитивные технологии (АТ), включая средства быстрого прототипирования [7] и ПМО БММ [8; 9].

### 1 Быстрое прототипирование (аддитивные технологии)

На основе традиционных средств и подходов при создании конкурентноспособных изделий достичь качественно нового уровня технологического оборудования практически нереально. Поэтому ожидается резкий рост отношения цена-качество для нетрадиционных средств производств. Рост этого отношения привел к переходу от электроники к ПМО как исходного в принятии решений. Технические характеристики создаваемого изделия включают характеристики отношений между управляющим ПМО и техническими характеристиками изделия.

Вычислительные технологии — это комбинация средств вычисления и ПМО, позволяющая получить требуемые характеристики изделия. Таким образом, технические характеристики описывают работу системы (изделия), а вычислительные характеристики определяют ее эксплуатационные качества [6].

На уровне бытовых и промышленных изделий продукция любого рода должна создаваться инженером-конструктором наряду с дизайнером исходя из существующих реалий с учетом человеческого фактора, включая требования эргономики и эстетики, знаний и навыков художника, психолога и т. д. Создать полноценное представление о будущем изделии неспециалисту иногда бывает сложно, поэтому имеется потребность в более наглядном способе отображения изделия — не в плоскостном, а трехмерном представлении. При этом в процессе разработки всегда возникает необходимость в опытных образцах — моделях и прототипах отдельных деталей или изделия в целом.

До последнего времени эффективным методом подобной визуализации трехмерной модели изделия являлось ручное макетирование из легкообрабатываемых материалов. Недостатком такого подхода являются существенные временные затраты на изготовление макета и требования к уровню подготовки макетчика.

Прорывом в технологии визуализации стало появление трехмерных систем компьютерного моделирования (САД системы). Эти системы при высокой вычислительной мощности позволяют за короткое время генерировать трехмерное изображение проектируемого изделия. Исходным объектом для создания изделия быстрым прототипированием является 3D-модель, созданная средствами САД системы.

Метод быстрого прототипирования (БП), основываясь на принципе аддитивных технологий — последовательном наращивании слоев материала, позволяет переводить сгенерированное САД системой трехмерное изображение в физическую модель [10].

*Быстрое* прототипирование не следует воспринимать буквально, хотя аддитивные технологии в определенных случаях дают выигрыш во времени по отношению к альтернативным технологиям, основанным на других методах. Здесь имеется в виду то, что изготовление изделия производится без промежуточных этапов, по программе, которая автоматически создается по САД-модели, при непрерывном технологическом процессе, одним рабочим органом, без специальных приспособлений и т.п.

Технологии БП реализуются в автоматических установках быстрого прототипирования. Наращивание или синтез по плоским слоям и автоматизация выполнения по 3D-моделям являются общими признаками для всех этих установок, которые иногда называются моделлерами. Гибкость по отношению к формам объектов и широкие возможности установок БП позволяют относить их к числу интеллектуальных универсальных интегрированных производственных систем.

БП позволяет оценивать конструкцию и внешний вид разрабатываемого изделия по физической модели. При этом можно окончательно убедиться в правильности выбранной концепции изделия, а в случае необходимости осуществить изменения в САД-чертежах до начала производства.

Таким образом, преимущества БП можно сформулировать таким образом:

- создается физическая модель, позволяющая оценить все ее достоинства и недостатки;
- модель создается как единое целое, без разделения на объекты;
- снижаются расходы на проектирование и создание оснастки для технологического процесса изготовления;
- не требуется больших площадей для установки оборудования БП;
- стоимость изделия ниже, чем при традиционных способах изготовления;
- уменьшается время на создание прототипа.

Наряду с этим необходимо отметить общие недостатки быстрого прототипирования:

- высокая стоимость оборудования БП;
- ограниченный выбор и высокая стоимость материалов;
- ограниченная точность. Погрешность формы и положения слоев в ряде установок превышает 0,1 мм.
- относительно низкая прочность моделей.

## **2 Классификация и топология компоновочных структур безреверсных манипуляторов, траекторий их рабочих органов**

В монографии [5] рассмотрены вопросы методологии формирования БММ, а именно проблемы их разработки и применения, реализации компоновочных структур, механики и управления, даны принципы и способы построения управляющих устройств.

БММ не являются классическими механизмами. Лишь в самых простых вариантах они представляют механизмы с одной степенью подвижности и нерегулируемым приводом. При этом они должны сохранять обязательные и типовые для ПР свойства переналаживаемости, использовать несколько приводов и самостоятельных систем автоматического управления в соответствии с предназначением, и представляют собой автоматические машины, а не программируемые вычислительные устройства, поэтому главным для них является формирование требуемых рабочих движений их органов только кинематическими средствами или импульсно-динамическим способом [5]. Разновидности БММ представлены на рис. 2.

В случае требований к перенастройке траекторий рабочего органа возможно чисто механическое управление. Достаточно иметь один приводной двигатель ведущего звена, а в случае наличия требований к перенастройке БММ используются механизмы в шарнирно-рычажной компоновке, и каждая степень подвижности оснащена приводным устройством и требует синхронизации работы с управляющим автоматом [5].



Рис. 2. Разновидности БММ

ЗРМ — зубчато-рычажный механизм;  
 ПЗМ — планетарно-зубчатый механизм;  
 ТТМ — манипулятор с тросовыми тягами;  
 ШРМ — шарнирно-рычажный механизм

Задачи, решаемые манипуляционными мехатронными системами, определяются функциональными свойствами их компоновочных структур и возможностями соответствующей системы управления (СУ).

Классификационная схема БММ приведена на рис. 3 [5].

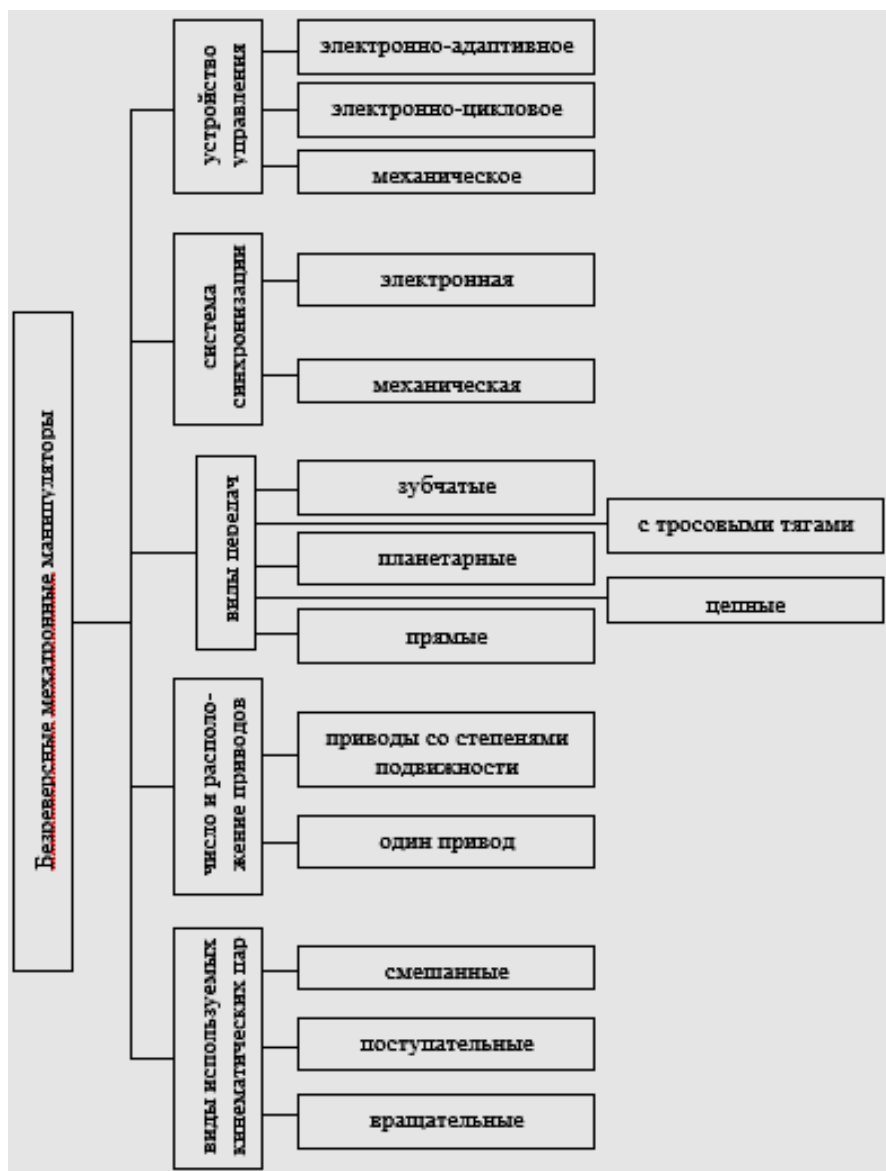


Рис. 3. Классификационная схема компоновочных структур мехатронных систем

Актуальной является задача реализации определенного типа движения рабочего органа и соответствующего выбора компоновочной структуры, а также способов управления манипуляторов.

Быстродействие манипулятора можно получить за счет геометрии движений, обеспечивая при этом требуемую точность получаемых траекторий. В основу БММ заложена идея, заключающаяся в том, чтобы зада-

вать требуемую траекторию и закон движения рабочего органа кинематическими средствами (выбором кинематической схемы), а привод осуществлять от постоянно вращающегося двигателя, тем самым получая повышенное быстродействие.

БММ имеет циклоидальные траектории движения рабочего органа [5], которые являются плоскими кривыми, описываемые воспроизводящей точкой  $P$ , которая связана с окружностью, катящейся по другой окружности (рис. 4). Движение по окружностям реализовано с помощью планетарного зубчатого механизма (ПЗМ).

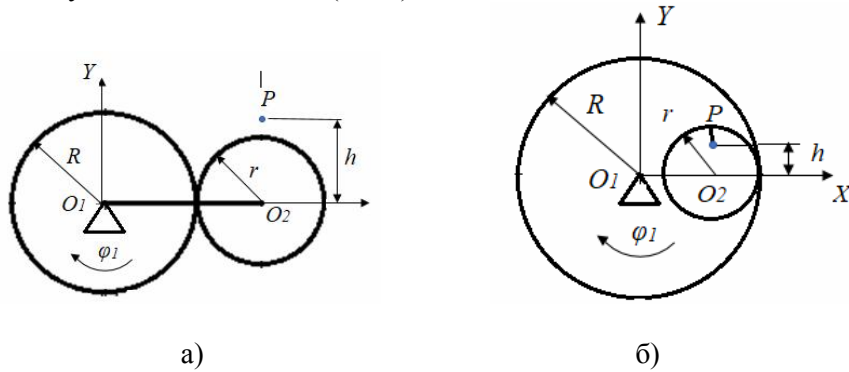


Рис. 4. Планетарный зубчатый механизм с воспроизводящей точкой  $P$   
а) внешнее зацепление (эпициклоидальный ПЗМ)  
б) внутреннее зацепление (гипоциклоидальный ПЗМ)

ПЗМ в зависимости от вида зацепления позволяет получить циклоидальные траектории воспроизводящей точки  $P$ , а именно для внешнего зацепления — эпициклоиды (ЭЦ):

$$\begin{aligned} x &= (R+r)\cos\varphi_1 + \lambda \cdot r \cdot \cos\left(\frac{R}{r} + 1\right)\varphi_1, \\ y &= (R+r)\sin\varphi_1 + \lambda \cdot r \cdot \sin\left(\frac{R}{r} + 1\right)\varphi_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Из соотношения для координат т.  $P$  и рассматривая случаи:  $\lambda > 1$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\lambda < 1$ ,  $R+r=1$ , получим:

- удлиненные ЭЦ, при  $N > \varepsilon^{-1}$ ;
- ЭЦ, при  $N = \varepsilon^{-1}$ ;
- укороченные ЭЦ, при  $N < \varepsilon^{-1}$ .

Уравнения гипоциклоид (ГЦ) при внутреннем зацеплении ПЗМ имеют вид:

$$R+r=\varepsilon, \quad \lambda \cdot r=1, \quad N=\frac{R}{r}=\frac{\lambda}{\varepsilon}=-1, \quad (2)$$

где  $R-r=l_i$ ;  $\lambda \cdot r = \varepsilon$ ;  $N = -(R/r) = -[\lambda/(\varepsilon-1)] < 1$ .

Аналогично имеем удлиненные и укороченные ГЦ при  $\lambda > 1$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\lambda < 1$ ,  $R-r=1$ .

Кроме реализации БММ в виде ПЗМ возможна реализация в виде шарнирно-рычажного механизма (ШРМ) (рис. 5), а также зубчато-рычажного механизма (ЗРМ) и механизмов с тросовыми тягами (ТТМ).

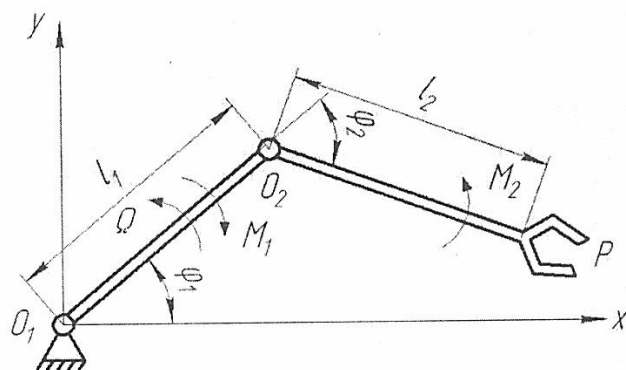


Рис. 5. Шарнирно-рычажный механизм с приводом каждого звена  
 $M_1, M_2$  — синхронизированные моменты приводов звеньев;  
 $\varphi_1, \varphi_2$  — углы поворота звеньев;  
 $l_1, l_2$  — длины звеньев

Реализация топологических возможностей циклоидальных кривых определяется конструктивно-компоновочным решением БММ. В работе [11] показано, что для расчета параметров исполнительного механизма достаточно знать параметры одного из базовых типов компоновок, т.е. для этих компоновок возможен взаимный пересчет параметров. Его можно осуществить исходя из понимания сущности характера воспроизведения этих кривых (рис. 6).

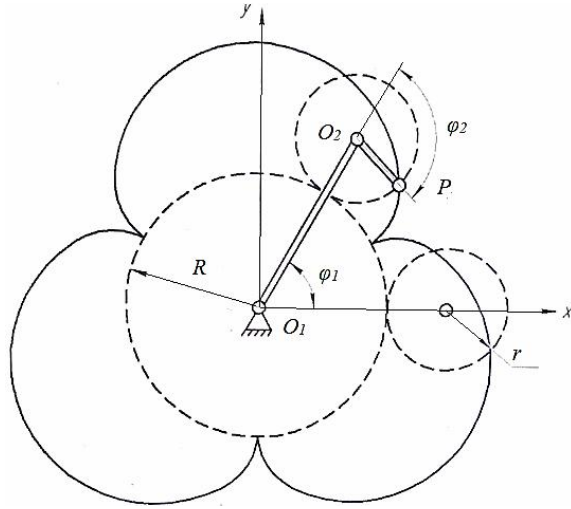


Рис. 6. Расчетная схема пересчета исполнительного механизма ПЗМ из одного типа компоновки в другой

Приведем топологию циклоидальных кривых в параметрическом пространстве  $N$ - $\varepsilon$  (рис. 7).

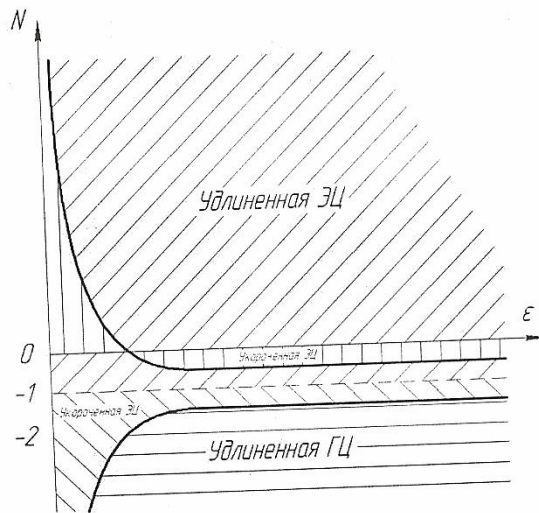


Рис. 7. Топология семейства циклоидальных кривых.  
 $\varepsilon = l_2 / l_1$ ;  $N = \pm \varphi_2 / \varphi_1$

Введем для ШРМ обозначения:  $\varepsilon = \frac{l_2}{l_1}$  и  $N = \pm \frac{\omega_2}{\omega_1}$  («+» — звенья вращаются в одном направлении, «-» — в противоположном).

В диапазоне  $-1 < N < 0$  кривые с параметрами  $N$  и  $\varepsilon$  геометрически идентичны кривым с параметрами  $\tilde{N}$  и  $\tilde{\varepsilon}$ , определяемыми соотношениями:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= \cos \varphi_1 + \tilde{\varepsilon} \cdot \cos(\tilde{N} + 1)\varphi_1, \\ \tilde{y} &= \sin \varphi_1 + \tilde{\varepsilon} \cdot \sin(\tilde{N} + 1)\varphi_1,\end{aligned}\quad (3)$$

где  $\tilde{x} = \frac{x}{\varepsilon}$ ,  $\tilde{y} = \frac{y}{\varepsilon}$ ,  $(\tilde{N} + 1)\varphi_1 = \beta$ . Для  $\tilde{N} > 0$  имеется шарнирно-рычажный аналог механизма.

В этом диапазоне зубчато-рычажная компоновка циклоидального манипулятора должна удовлетворять условиям:

$$R + r = \varepsilon, \quad \lambda \cdot r = 1, \quad N = \frac{R}{r} = \frac{\lambda}{\varepsilon} = -1. \quad (4)$$

Таким образом, в данном диапазоне имеется возможность получить ЭЦ с другими параметрами манипуляторов за счет осуществления инверсии длин в случае двухшарнирного манипулятора или перестановки зубчатых колес за счет изменений направления вращения зубчато-рычажного механизма.

В дополнении к иллюстрации характера проявления топологических свойств формируемых циклоидальных траекторий можно выявить, как влияет характер взаимосвязи параметров  $N$  и  $\varepsilon$  на вид траекторий.

Все эти траектории можно разделить на три группы:

- кусочно-гладкие с заостренными участками;
- пересекающиеся;
- не пересекающиеся.

Очевидно, для подобного сравнения необходимо проведение кинематического анализа траекторий.

Приняв обозначение  $N_1 = \varepsilon^{-1}|1 - \varepsilon|$ ,  $N_2 = \varepsilon^{-1}|1 + \varepsilon|$ , можно составить таблицу 1, характеризующую условия формирования перечисленных типов кривых.

Таблица 1

| $N > 0$     | $N > 0$      | Тип кривых           |
|-------------|--------------|----------------------|
| $N > N_1$   | $ N  > N_2$  | пересекающиеся       |
| $N < N_1$   | $ N  < N_2$  | не пересекающиеся    |
| $N = N_1$   | $ N  = N_2$  | с точками заострения |
| Эпициклоиды | Гипоциклоиды |                      |

Циклоидальные траектории, охватывая широкий спектр разного рода кривых, иногда могут иметь точки самопересечения. Для их выявления взяты уравнения положения полюса  $P$  схвата в полярных координатах  $\rho$  и  $\psi$  (рис. 8):  $x = \rho \cdot \cos \psi$ ;  $y = \rho \cdot \sin \psi$ .

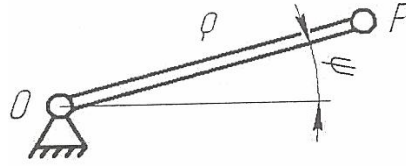


Рис. 8. Однозвенный манипулятор

Для угловой скорости  $\psi$  следует:

$$\dot{\psi} = \frac{x \cdot \dot{y} - \dot{x} \cdot y}{x^2 + y^2} = \frac{x \cdot \dot{y} - \dot{x} \cdot y}{\rho^2}, \quad (5)$$

из чего имеем, что точки самопересечения будут тогда, когда числитель выражения (5) может менять знак, когда из выражения:

$$x \cdot \dot{y} - \dot{x} \cdot y = \omega_1 \cdot [1 + \varepsilon^2 \cdot (N + 1) + \varepsilon^2 \cdot (N + 2) \cdot \cos \varphi_2] \quad (6)$$

следует условие отсутствия точек возврата и самопересечения на циклоидальной траектории:

$$\left| \frac{\varepsilon \cdot (N + 2)}{1 + \varepsilon^2 \cdot (N + 1)} \right| < 1. \quad (7)$$


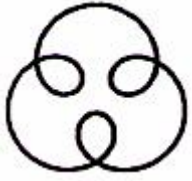
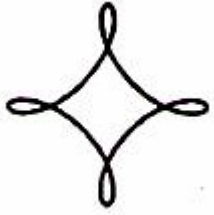
Характер изменения (эволюция) траекторий точки  $P$  в зависимости от  $N$  и некоторых значений  $\varepsilon$  ( $\varepsilon=0,5; 1,0; 1,5$ ) показан на рис. 9.

|                     | N = -3 | N = -2 | N = -1 | N = 0 | N = 1 | N = 2 | N = 3 |
|---------------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| $\varepsilon = 0,5$ |        |        |        |       |       |       |       |
| $\varepsilon = 1,0$ |        |        |        |       |       |       |       |
| $\varepsilon = 1,5$ |        |        |        |       |       |       |       |

Рис. 9. Характер эволюции циклоидальных траекторий

Разработан программный продукт, где кривые кодируются в двоичном коде (табл. 2). Параметры  $N$  и  $\varepsilon$  заносятся в память системы управления (СУ) БММ.

Таблица 2

| Код $\omega_1$ | Значение N | Код $\omega_2$ | Форма кривой  | Знак N<br>0 – “-”<br>1 – “+” |
|----------------|------------|----------------|---|------------------------------|
| 0001           | 3          | 000001         |   | 0                            |
| 0001           | 3          | 000001         |   | 1                            |
| 0001           | 4          | 000010         |  | 0                            |
| ...            | ...        | ...            | ...   | ...                          |

### Заключение

В статье проведен комплексный анализ современного состояния и перспектив развития безреверсных мехатронных манипуляторов (БММ), рассмотрены их компоновочные структуры, особенности кинематики и управления, а также роль аддитивных технологий и программно-математического обеспечения в процессе проектирования.

#### *Ключевые выводы*

**Инновационность БММ.** Безреверсные мехатронные манипуляторы представляют собой новый класс механизмов, отличающихся высокой скоростью, гибкостью траекторий рабочих органов и возможностью реализации сложных циклоидальных движений за счет оригинальных компоновочных решений и применения планетарных, шарнирно-рычажных и других механизмов.

**Роль аддитивных технологий.** Быстрое прототипирование на основе 3D-моделирования и аддитивных технологий позволяет существенно ускорить и удешевить процесс создания опытных образцов, повысить наглядность проектирования и снизить риски ошибок на ранних этапах. Преимущества — сокращение времени и затрат, гибкость форм, интеграция с САД-системами; недостатки — высокая стоимость оборудования, ограниченная точность и прочность моделей.

Математическое описание и управление. Эффективное проектирование БММ требует учета взаимосвязей между информационными, массоинерционными и энергетическими характеристиками. Кинематический анализ, выбор параметров компоновки и способов управления определяют функциональные возможности и быстродействие манипуляторов.

Практическая значимость. Рассмотренные подходы и технологии имеют широкие перспективы для применения БММ в промышленности, автоматизации и робототехнике, обеспечивая повышение производительности, точности и адаптивности технологических процессов.

В целом развитие безреверсных мехатронных манипуляторов и интеграция современных методов проектирования и прототипирования формируют основу для создания конкурентоспособных и высокотехнологичных решений в области мехатроники.

#### Литература

1. Никифоров С. О., Челпанов И. Б., Слепнёв В. В. Быстродействующие циклоидальные манипуляторы. Улан-Удэ: Изд-во БИЕН СО РАН, 1996. 111 с.
2. Мархадаев Б. Е., Никифоров С. О. Мехатронные системы: полициклоидальные, циклоидальные, импульсные. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2004. 140 с.
3. Сосоров Е. В., Никифоров С. О. Мехатронные манипуляционные системы с импульсными двигателями. Улан-Удэ: Изд-во БГСХА им. В. Р. Филиппова, 2011. 106 с.
4. Никифоров С. О., Мандаров Э. Б., Никифоров Б. С. Мехатронные устройства машинного орнаментирования изделий. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2002. 149 с.
5. Никифоров С. О. Безреверсные мехатронные манипуляторы. Улан-Удэ: Изд-во Бурят. гос. ун-та, 2026. 118 с.
6. Ослендер Д. М., Риджли Дж. Р., Риггенберг Дж. Д. Управляющие программы для механических систем: объектно-ориентированные системы реального времени: пер. с англ. Москва: БИНОМ, 2004. 413 с.
7. Материалы и процессы аддитивных технологий (быстрое прототипирование) / В. А. Дьяченко, И. Б. Челпанов, С. О. Никифоров, Д. Д. Хозонхонова. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2015. 200 с.
8. Программный прототип моделирования траектории рабочего органа безреверсного мехатронного манипулятора. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2013618328/ С. О. Никифоров и др. — Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 06.09.2013.
9. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №202219861/ С. О. Никифоров и др. — Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 26.05.2002.
10. Никифоров С. О., Битуев И. К., Никифоров Б. С. Прототипирование изделий с использованием 3D-принтера, реализованного на базе трехзвенного манипулятора с циклоидальными траекториями экструдера // Автоматизация. Современные технологии. 2024. Т. 78, № 4. С. 147–152.
11. Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е. Идентификация и выбор компоновочных структур быстродействующих циклоидальных манипуляторов // Вестник машиностроения. 1990. № 10. С. 43–45.

*Статья поступила в редакцию 06.05.2026; одобрена после рецензирования 01.06.2026; принята к публикации 10.06.2026.*

PROTOTYPING OF LAYOUT STRUCTURES OF NON-REVERSIBLE  
MECHATRONIC MANIPULATORS

*Semyon O. Nikiforov*  
Dr. Sci., Professor,  
Banzarov Buryat State University  
24a Smolin St., Ulan-Ude, Russia, 670000

*Igor K. Bituev*  
Cand. Sci. (Engineering), A/Prof,  
East Siberia State University of Technology and Management  
40V Klyuchevskaya st., Ulan-Ude, Russia, 670013

*Bulat S. Nikiforov*  
Cand. Sci. (Engineering)  
Buryat Republican Industrial College  
28A Gagarina st., Ulan-Ude, Russia, 670034

*Abstract.* The article presents an analysis of non-reversible mechatronic manipulators (NRMs) — a new class of mechanisms featuring high performance and complex cycloidal trajectories of the working elements. Layout structures (planetary, articulated-lever, gear-lever), methods of kinematic description, and a control system are considered. The role of additive technologies and rapid prototyping based on 3D models in accelerating design, reducing costs, and increasing development clarity is demonstrated. The advantages (flexibility, CAD integration) and limitations of the methods (cost, accuracy, strength) are highlighted. The need to consider the interrelations of information, mass-inertial, and energy parameters is substantiated. A conclusion is drawn about the potential of NRMs in industry and robotics for the creation of competitive high-tech solutions in mechatronics.

*Keywords:* prototyping, non-reversible mechatronic manipulators, topology, modeling, layout structures, cycloidal trajectories, additive technologies, software and mathematical support, application.

*For citation*

*Nikiforov S. O., Bituev I. K., Nikiforov B. S. Prototyping of Layout Structures of Non-Reversible Mechatronic Manipulators // Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics. 2026. N. 2. P. 74–87.*

*The article was submitted 06.05.2026; approved after reviewing 01.06.2026; accepted for publication 10.06.2026.*