УДК 51-74
doi: 10.18101/2304-5728-2017-3-54-63

АЛГОРИТМ МЕТОДА МНОГОКОНТУРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ МОДЕЛИ ТЕПЛОСНАБЖАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ [1]

© Стенников Валерий Алексеевич
член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ,
Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева, Сибирское отделение Российской академии наук
Россия, 664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130
E-mail: sva@isem.irk.ru

© Барахтенко Евгений Алексеевич
кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева, Сибирское отделение Российской академии наук
Россия, 664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130
E-mail: barakhtenko@isem.irk.ru

© Соколов Дмитрий Витальевич
кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева, Сибирское отделение Российской академии наук
Россия, 664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130
E-mail: sokolov_dv@isem.irk.ru

В статье представлен новый эффективный алгоритм метода многоконтурной оптимизации, позволяющий путем иерархической декомпозиции модели теплоснабжающей системы решать задачу определения оптимальных параметров систем с кольцевой конфигурацией, преодолевая трудности, связанные с их большой размерностью. Решаемая задача сводится к нахождению оптимальных диаметров трубопроводов, параметров насосных станций и оптимального потокораспределения в сети. Для ее решения в ИСЭМ СО РАН разработан метод многоконтурной оптимизации, основанный на принципе последовательного улучшения решения. Важное достоинство этого метода состоит в том, что он позволяет гибко настраивать вычислительную процедуру к конкретным особенностям моделируемой системы.

Реальные теплоснабжающие системы, как правило, имеют иерархическое построение и состоят из сетей, имеющих как кольцевую часть, так и древовидные ответвления. Указанная особенность построения этих сис-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №17-19-01209)

тем использована при разработке нового алгоритма метода многоконтурной оптимизации, который позволяет значительно сократить количество вычислений и соответственно время счета, не потеряв при этом точность получаемых результатов.

Ключевые слова: теплоснабжающие системы; трубопроводные системы; тепловые сети; методы оптимизации; алгоритм; метод многоконтурной оптимизации; теория гидравлических цепей; динамическое программирование; теплоэнергетика; многоуровневое моделирование.

Введение

Задача обеспечения необходимой пропускной способности теплоснабжающих систем (ТСС) часто возникает на разных этапах их проектирования, развития и реконструкции. Эта задача предполагает определение оптимальных параметров этих систем и сводится к поиску оптимальных диаметров трубопроводов, параметров насосных станций и нахождению в соответствии с ними оптимального потокораспределения в сети. В рамках сформулированной и развиваемой в ИСЭМ СО РАН теории гидравлических цепей предложены эффективные методы решения этой задачи. Для сетей, имеющих древовидную конфигурацию, разработан метод оптимизации на базе динамического программирования (ДП) [1, 2]. Для сетей, имеющих кольцевую конфигурацию, разработан метод многоконтурной оптимизации (МКО) [1-3].

Реальные крупные ТСС, как правило, имеют иерархическое построение и состоят из сетей, имеющих как кольцевую часть, так и древовидные (тупиковые) ответвления. На рис. 1 представлена схема условной сети, обладающей такой конфигурацией.

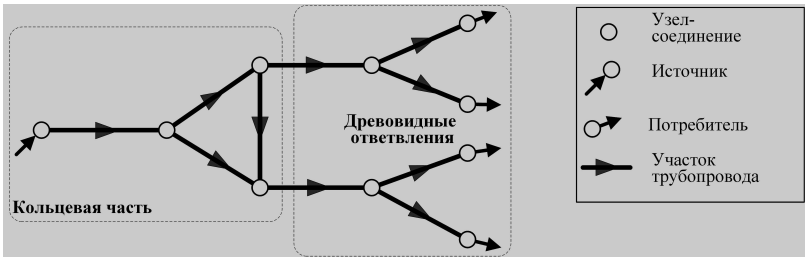

Рис. 1. Пример схемы теплоснабжающей системы

В настоящей статье представлен новый эффективный алгоритм метода МКО, позволяющий путем иерархической декомпозиции модели ТСС значительно сократить продолжительность итерационного вычислительного процесса.

1. Постановка задачи

Постановка задачи определения оптимальных параметров ТСС представляется в следующем виде. Заданной является расчетная (проектная)

схема ТСС, состоящая из m узлов и n участков и представляемая в виде ориентированного графа $G_{\mathrm{PN}} = (J, I)$, где $J = J_{\mathrm{C}} \cup J_{\mathrm{S}} \cup J_{\mathrm{B}}$ — множество вершин (узлов), включающее множество потребителей J_{C}, источников J_{S} и точек разветвления на схеме J_{B}; $I = I_{\mathrm{N}} \cup I_{\mathrm{E}}$ — множество дуг (участков), состоящее из множеств существующих I_{E} и новых (проектируемых) I_{N} участков; $I_{\mathrm{PS}} \subset I$ — участки, на которых установлены или разрешаются насосные станции. Для всех участков заданными являются длины L_i ($i \in I$), для существующих участков указываются диаметры трубопроводов D_i^{E} ($i \in I_{\mathrm{E}}$).

В процессе решения задачи требуется минимизировать функцию общих затрат в ТСС, имеющую следующий вид:

$$F(\mathbf{d}, \mathbf{H}, \mathbf{x}, \mathbf{P}) = \sum_{i \in I} F_i^{\mathrm{P}}(d_i) + \sum_{i \in I_{\mathrm{PS}}} F_i^{\mathrm{PS}}(H_i, x_i) + \\ + \sum_{i \in I} F_i^{\mathrm{E}}(x_i, d_i) + \sum_{j \in J_{\mathrm{C}}} F_i^{\mathrm{C}}(P_j) \to \min,\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,\ \mathbf{P} \in \mathbb{R}^m; \tag{1}$$

где F_i^{P} — затраты на сооружение и эксплуатацию трубопровода; F_i^{PS} — затраты на сооружение и эксплуатацию насосной станции; F_i^{E} и F_j^{C} — затраты соответственно на электроэнергию, расходуемую на перекачку теплоносителя и на его подачу потребителю; $\mathbf{d}$ — n-мерный вектор диаметров трубопроводов; $\mathbf{H}$ — n-мерный вектор напоров на насосных станциях; $\mathbf{x}$ — вектор расходов теплоносителя на участках сети; $\mathbf{P}$ — вектор давлений в узлах сети.

Модель потокораспределения в ТСС имеет следующий вид:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{G},\ \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n},\ \mathbf{G} \in \mathbb{R}^m, \tag{2}$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{H} = \mathbf{f}(\mathbf{s}, \mathbf{x}), \tag{3}$$

где $\mathbf{A}$ — матрица инцидентности расчетной схемы; $\mathbf{G}$ — вектор узловых отборов и притоков теплоносителя; $\mathbf{f}$ — n-мерная вектор-функция с элементами $f_i(s_i(d_i), x_i) = s_i(d_i) x_i |x_i|^{\beta - 1}$, $i \in I$, отражающими закон падения давления на участках сети, $s_i(d_i)$ — коэффициент гидравлического сопротивления трубопровода.

Система ограничений включает следующие составляющие:

$$P_j^{\min} \le P_j \le P_j^{\max},\ j \in J; \tag{4}$$

$$d_i \in D,\ i \in I; \tag{5}$$

$$H_i \in H_{\mathrm{S}},\ i \in I_{\mathrm{PS}}; \tag{6}$$

$$v_i^{\min} \le v_i(x_i, d_i) \le v_i^{\max},\ i \in I; \tag{7}$$

где $P_j^{\min}$ и $P_j^{\max}$ — нижнее и верхнее ограничение на давление; D — множество диаметров стандартных трубопроводов; $v_i^{\min}$ и $v_i^{\max}$ — нижнее и

и верхнее ограничение на скорость течения теплоносителя v_i; H_S — множество напоров доступных к установке насосных станций.

В результате решения задачи минимизации функции (1) при ограничениях (2) – (7) необходимо определить оптимальные параметры ТСС.

2. Методы решения задачи

Для решения задачи определения оптимальных параметров ТСС выбраны хорошо зарекомендовавшие себя на практике методы, разработанные в ИСЭМ СО РАН в рамках теории гидравлических цепей. Среди них наиболее эффективными являются методы ДП, расчета потокораспределения и МКО. Важная особенность перечисленных методов заключается в том, что они позволяют полностью учесть особенности используемого оборудования, способы его сооружения и эксплуатации, использовать сложные нелинейные математические модели и гибко настраивать вычислительную процедуру к конкретным особенностям моделируемой системы. Приведем описание перечисленных методов.

Метод ДП. В разветвленных ТСС, имеющих конфигурацию в виде дерева, вектор расходов на участках $\mathbf{x}$ однозначно определяются древовидной структурой и вектором узловых отборов и притоков $\mathbf{G}$. При такой конфигурации сети и фиксированных расходах на ее участках целевая функция (1) является аддитивной, что позволяет применять ДП для решения задачи определения оптимальных параметров разветвленных ТСС [1]. Идея этого метода состоит в многошаговом процессе определения параметров элементов сети (участков и узлов) путем их последовательного подбора в направлении от потребителей к источнику [1,2]. Задача решается в четыре этапа: 1) область поиска решения (рис. 2), образуемая между верхними ($P_j^{\max}, j=\overline{1,m}$) и нижними ($P_j^{\min}, j=\overline{1,m}$) ограничениями на давления, делится на n интервалов (по количеству участков), которые разбиваются на μ ячеек (определяющих точность решения); 2) прямой ход ДП, в процессе которого последовательно заполняются все ячейки и формируется множество условно-оптимальных вариантов; 3) выбор варианта для всей сети с наименьшей стоимостью; 4) обратный ход ДП, в процессе которого восстанавливаются параметры и составляющие затрат, соответствующие выбранному варианту.

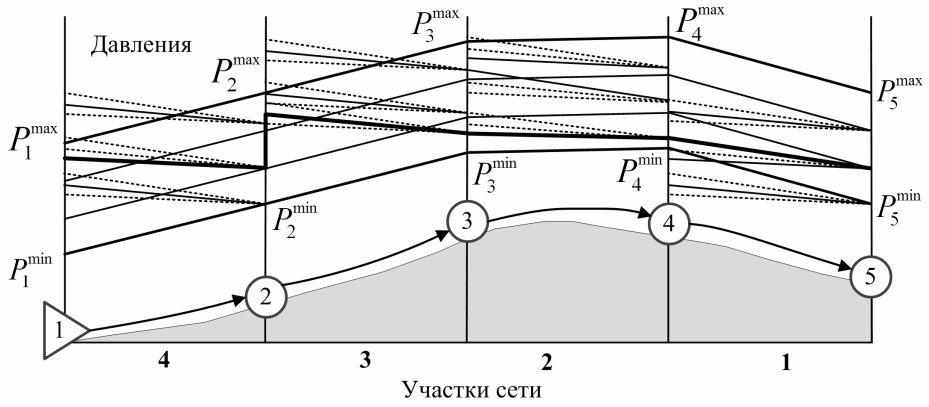

Рис. 2. Иллюстрация процесса определения условно-оптимальных вариантов в методе динамического программирования

Параметры трубопровода в каждой ячейке z вычисляются с помощью рекуррентного уравнения

$$\hat{F}_{iz}(\hat{P}_{iz}) = \min_{\substack{d_{iz}\in D \\ H_{iz}\in H_S \\ k=1,\ldots,\mu \\ \hat{P}_{iz}=P_{j+1,k}+f_i(s_i(d_{iz}),x_i)-H_{iz}}} [F_i^{\mathrm{P}}(d_{iz}) + F_i^{\mathrm{E}}(x_i, d_{iz}) + F_i^{\mathrm{PS}}(H_{iz}, x_i) + F_{i-1,k}(P_{j+1,k})],$$

где $\hat{F}_{iz}$ — сумма затрат на i-м шаге в ячейке z, состоящая из стоимости трубопровода, насосной станции и затрат в них на предыдущих шагах; $\hat{P}_{iz}$ — давление в начале участка i в ячейке z; $j+1$ — узел, который является конечным для участка i; $P_{j+1,k}$ — давление в ячейке k узла $j+1$; d_{iz} и H_{iz} — соответственно диаметр трубопровода и напор насосной станции, которые «запомнятся» в ячейке z; x_i — расход на участке; $F_{i-1,k}$ — затраты на шаге $i-1$ в ячейке k ($k=\overline{1,\mu}$).

Если узел j является начальным для нескольких участков, то в ячейках этого узла происходит «увязка» давлений и суммирование затрат. Обозначим $I^{(i)}$ множество всех исходящих из узла j участков, давления и затраты для которых необходимо «увязать» в узле j на шаге i вычислительного процесса. «Увязка» давлений осуществляется в соответствии с выражением

$$P_{jz} = \max_{k\in I^{(i)}} \hat{P}_{kz},\ z=\overline{1,\mu}, \tag{8}$$

где P_{jz} — значение давления, которое запомнится в узле j ячейки z.

Суммарные затраты в узле j определяются в соответствии с выражением

$$F_{iz}(P_{jz}) = \sum_{k\in I^{(i)}} \hat{F}_{kz}(\hat{P}_{kz}),\ z=\overline{1,\mu}, \tag{9}$$

где F_{iz} — сумма затрат, которая запомнится на шаге i вычислительного процесса в ячейке z.

Метод МКО. В основе метода лежит принцип последовательного улучшения решений, когда попеременно в итерационном процессе решаются следующие подзадачи [2]: 1) определение оптимальных параметров (векторов диаметров $\mathbf{d}$, напоров насосных станций $\mathbf{H}$ и давлений $\mathbf{P}$) методом ДП для сети, трансформированной в дерево, и вектора фиксированных расходов $\mathbf{x}$; 2) расчет потокораспределения в кольцевой сети (векторов расходов $\mathbf{x}$ и давлений $\mathbf{P}$) при фиксированных векторах диаметров $\mathbf{d}$ и напоров $\mathbf{H}$. Критерием завершения вычислительного процесса является прекращение уменьшения целевой функции.

Содержательная постановка *задачи расчета потокораспределения* состоит в следующем. Необходимо определить векторы расходов на участках $\mathbf{x}$ и давлений в узлах $\mathbf{P}$, удовлетворяющие системе уравнений (2) – (3).

3. Новый алгоритм метода многоконтурной оптимизации

В соответствии с постановкой задачи определения оптимальных параметров ТСС проектные узловые отборы и притоки являются заданными, что однозначно определяет расходы на участках, принадлежащих древовидным ответвлениям. При решении задачи определения оптимальных параметров методом МКО динамическое программирование на каждой итерации вычислительного процесса МКО в древовидных ответвлениях подбирает одни и те же условно-оптимальные параметры. Это свойство приводит к идее о том, что в древовидных ответвлениях условно-оптимальные варианты могут быть определены один раз и многократно использованы в итерационном процессе МКО при определении параметров кольцевой части сети. Этот принцип организации вычислительного процесса был положен в основу разработанного алгоритма МКО для решения задачи определения оптимальных параметров ТСС сложной кольцевой конфигурации [4–5].

Алгоритм предполагает, что заданы следующие входные параметры: векторы начальных приближений диаметров $\mathbf{d}^{(0)}$ и напоров $\mathbf{H}^{(0)}$, которые могут соответствовать реально существующим параметрам или быть подобраны на основе экспертных оценок режимов функционирования ТСС; μ — количество интервалов, задающее точность оптимизации в методе ДП; ε — точность вычислительного процесса МКО; m_0 — номер узла-источника, являющегося корнем дерева в методе ДП.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Формирование множества J_{U} узлов на схеме, в которых есть инцидентные участки, принадлежащие как кольцевой части сети, так и древовидным ответвлениям.

2. Декомпозиция модели ТСС на кольцевую часть и древовидные ответвления. Все участки кольцевой части сети обозначим множеством I_{L}, древовидных ответвлений — множеством I_{T}.

3. Расчет начального потокораспределения и определение расходов $\mathbf{x}^{(0)}$ и давлений $\mathbf{P}^{(0)}$ для кольцевой части сети и древовидных ответвлений.

4. Разбиение области поиска решения на μ ячеек для каждого участка ТСС.

5. Выполнение «прямого хода» метода ДП для определения условно-оптимальных вариантов диаметров $d_{iz}^{(0)}$ и напоров $H_{iz}^{(0)}$ всех древовидных ответвлений ($i \in I_{\mathrm{T}}$, $z = \overline{1,\mu}$).

6. Установка начального значения счетчика итераций $k = 1$.

7. Выполнение «прямого хода» метода ДП для определения условно-оптимальных вариантов диаметров $d_{iz}^{(k)}$ и напоров $H_{iz}^{(k)}$ кольцевой части сети ($i \in I_{\mathrm{L}}$, $z = \overline{1,\mu}$), при этом в узлах $j \in J_{\mathrm{U}}$ «увязываются» давления и затраты кольцевой части и древовидных ответвлений по формулам (8) – (9).

8. Выбор в узле m_0 варианта, соответствующего решению с наименьшей стоимостью общих затрат $F_{nz}(P_{m_0 z})$, $z = \overline{1,\mu}$.

9. Выполнение «обратного хода» метода ДП для определения диаметров $\mathbf{d}^{(k)}$ и напоров $\mathbf{H}^{(k)}$ кольцевой и древовидных частей сети.

10. Расчет потокораспределения и определение расходов $\mathbf{x}^{(k)}$ и давлений $\mathbf{P}^{(k)}$ в кольцевой части сети путем решения соответствующей ей системы уравнений (2) – (3), при этом источник m_0 является узлом с заданным давлением, а суммы узловых отборов у потребителей древовидных ответвлений переносятся как узловые отборы в соответствующие узлы J_{U}.

11. Расчет давлений $\mathbf{P}^{(k)}$ в древовидных ответвлениях на основе известных расходов $\mathbf{x}^{(0)}$.

12. Подсчет значений целевой функции $F^{(k)} = F(\mathbf{d}^{(k)}, \mathbf{H}^{(k)}, \mathbf{P}^{(k)}, \mathbf{x}^{(k)})$.

13. Если критерии завершения вычислительного процесса не достигнуты, то итерационный процесс продолжается: если $k = 1$ или $(F^{(k-1)} - F^{(k)}) / F^{(k-1)} > \varepsilon$, то выполняется увеличение счетчика итераций $k = k + 1$ и переход к шагу 7.

На шаге 7 алгоритма для применения метода ДП кольцевая часть сети трансформируется в дерево в соответствии с методом МКО [3].

Итерационный процесс в соответствии с предложенным алгоритмом МКО приведет к получению решения задачи, которое уже не может быть улучшено в результате применения метода МКО. По окончании итерационного процесса полученные векторы $\mathbf{d}^{(k)}$, $\mathbf{H}^{(k)}$, $\mathbf{P}^{(k)}$ и $\mathbf{x}^{(k)}$ являются решением задачи.

Основная особенность нового алгоритма МКО состоит в том, что для древовидных ответвлений «прямой ход» ДП выполняется только один раз, а во время итерационного процесса МКО определение параметров выполняется только для кольцевой части сети. При этом решения кольцевой части и древовидных ответвлений «увязываются» в соответствии с приведенными ранее формулами (8) – (9). Это позволяет значительно сократить количество вычислений и соответственно время счета, не потеряв при этом точность получаемых результатов.

4. Практическое применение

Авторами проведено сравнение результатов, полученных с применением традиционного и нового алгоритмов метода МКО. Оба алгоритма позволили найти решение за девять итераций, при этом значения целевой функции для этих алгоритмов совпадали на каждой итерации. Время расчета составило 5,25 и 2,11 мин для традиционного и нового алгоритмов соответственно.

На рис. 3 приведены полученные по результатам расчетов целесообразные мероприятия по реконструкции теплоснабжающей системы г. Братска. Результаты проведенных расчетов были использованы при подготовке рекомендаций по оптимальной реконструкции этой ТСС.

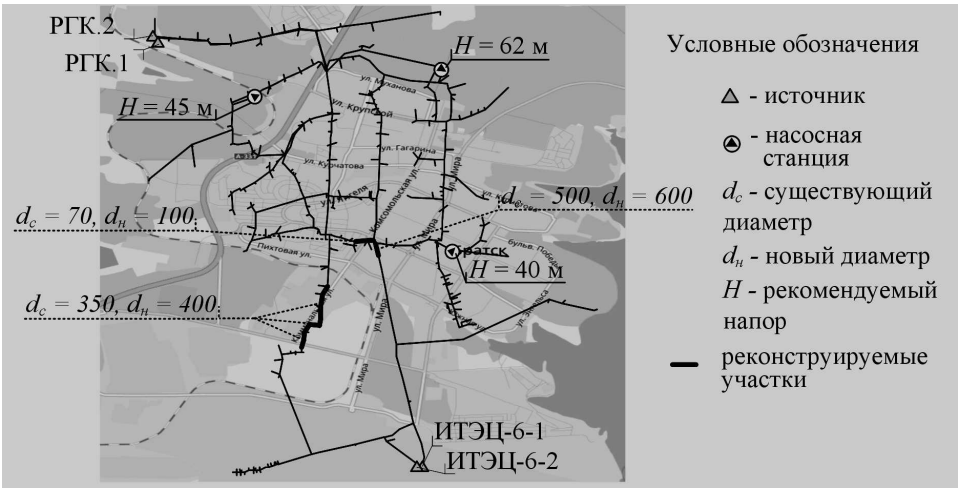

Рис. 3. Фрагмент схемы теплоснабжающей системы г. Братска

Проведенные расчеты подтвердили, что предлагаемый в статье алгоритм позволяет получать результаты, аналогичные результатам, получаемым при помощи традиционного алгоритма метода МКО. При этом время решения задачи существенно сократилось.

Заключение

В статье представлены результаты дальнейшего развития методов для решения сложной задачи определения оптимальных параметров ТСС.

Предложен новый алгоритм метода МКО, позволяющий эффективно решать задачи оптимизации кольцевых систем за счет декомпозиции их моделей на кольцевую часть и древовидные ответвления. Этот алгоритм предназначен и уже применяется для решения практических задач опре** деления оптимальных параметров многоконтурных ТСС большой (реальной) размерности, которые возникают в процессе их развития и реконструкции.

Литература

1. Меренков А. П., Хасилев В. Я. Теория гидравлических цепей. М.: Наука, 1985. 280 с.

2. Математическое моделирование и оптимизация систем тепло-, водо-, нефте- и газоснабжения / А. П. Меренков [и др.]. Новосибирск, 1992. 407 с.

3. Сумароков С. В. Метод решения многоэкстремальной сетевой задачи // Экономика и мат. методы. 1976. Т. 12, № 5. С. 1016–1018.

4. Стенников В. А., Барахтенко Е. А., Соколов Д. В. Методы комплексного развития и реконструкции теплоснабжающих систем с применением современных информационных технологий // Промышленная энергетика. 2012. № 4. С. 17–22.

5. Стенников В. А., Барахтенко Е. А., Соколов Д. В. Применение многоуровневого моделирования при определении оптимальных параметров теплоснабжающих систем // Теплоэнергетика. 2017. № 7. С. 64–72.

ALGORITHM FOR THE MULTI-LOOP OPTIMIZATION METHOD BASED ON MULTILEVEL DECOMPOSITION OF HEAT SUPPLY SYSTEM MODEL

Valeriy A. Stennikov
Dr. Sci. (Engineering), Prof.,
Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130 Lermontova St., Irkutsk 664033, Russia
E-mail: sva@isem.irk.ru

Evgeniy A. Barakhtenko
Cand. Sci. (Engineering),
Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130 Lermontova St., Irkutsk 664033, Russia
E-mail: barakhtenko@isem.irk.ru

Dmitriy V. Sokolov
Cand. Sci. (Engineering),
Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130 Lermontova St., Irkutsk 664033, Russia
E-mail: sokolov_dv@isem.irk.ru

The article presents a new effective algorithm for the multi-loop optimization method, which allows us to solve the problem of determining optimal parameters for systems with a loop configuration. The new algorithm makes it possible to overcome the difficulties associated with their large dimension by hierarchical decomposition of the heat network model. The problem under consideration is to find the optimal diameters of pipelines, the parameters of pumping stations and the optimal flow distribution in the network. Thus, Energy Systems Institute SB RAS has developed the multi-loop optimization method based on the principle of step-by-step improving the solution. An important advantage of this method is that it allows us to flexibly customize the computational procedure to the peculiarities of the simulated system.

Real heat supply systems usually have a hierarchical construction and consist of networks that have a loop part and tree branches. This feature of heat supply system construction has been used in development of a new algorithm for the multi-loop optimization method, which significantly reduces the number of calculations and counting duration without losing the accuracy of the obtained results.

Keywords: heat supply systems; pipeline systems; heat networks; optimization methods; algorithm; the multi-loop optimization method; the theory of hydraulic circuits; dynamic programming; heat power engineering; multi-level modeling.